

ПОСЛЕДНИЕ МЫСЛИ

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава	I. Эволюция законов	525
Глава	II. Пространство и время	542
Глава	III. Почему пространство имеет три измерения	555
Глава	IV. Логика бесконечности	580
Глава	V. Математика и логика	604
Глава	VI. Взаимоотношения материи и эфира . .	616
Глава	VII. Новые концепции материи	631
Глава	VIII. Новая механика	644
Глава	IX. Мораль и наука	654
Глава	X. Моральный союз	668

Глава I

ЭВОЛЮЦИЯ ЗАКОНОВ

Бутру в своих работах о случайности законов природы задает такой вопрос: не подвержены ли изменению законы природы? Возможно ли, чтобы весь мир непрерывно эволюционировал, а сами законы, т. е. правила, по которым эта эволюция совершается, одни оставались совершенно неизменными? Ученые, конечно, никогда не согласятся с тем, что законы могут быть подвержены изменению; в том смысле, в каком они понимали бы эту идею, они не могли бы признать ее, не отрицая законности и даже возможности науки. Но философ может с полным правом поставить такой вопрос, рассмотреть различные решения, им допускаемые, и заключения, к которым они приводят, и попытаться согласовать их с законными требованиями ученых. Мне хотелось бы рассмотреть этот вопрос с нескольких точек зрения; при этом я, собственно говоря, выскажу не заключения, но различные размышления, не лишённые, быть может, интереса. Читатель простит меня, если я попутно буду слишком долго останавливаться на некоторых смежных вопросах.

I

Встанем сначала на точку зрения математика, Предположим на минуту, что законы природы в течение веков подвергались изменениям, и спросим себя, имеем ли мы возможность обнаружить эти изменения? Прежде всего, надо иметь в виду, что до тех сравнительно немногих веков, в течение которых человек жил и мыслил, прошли неизмеримо более долгие периоды, когда человека еще не было, а в

будущем наступят другие времена, когда наш род исчезнет. Желая признать эволюцию законов, мы должны ее считать, конечно, очень медленной, так что в течение тех немногих веков, когда человек мыслил, законы природы могли испытать лишь незначительные изменения. Если они эволюционировали в прошлом, то мы должны понимать это прошлое в геологическом смысле. Были ли законы природы вчера такими же, как и сегодня, и останутся ли они такими же и завтра? В каком смысле понимаем мы слова «прежде», «сегодня» и «завтра» в подобном вопросе? Сегодня — это те времена, о которых история сохранила нам воспоминание; прежде — это миллионы лет, предшествовавшие истории, времена, когда спокойно жили ихтиозавры, чуждые философии, а завтра — это миллионы лет того будущего, когда Земля остынет, и не будет человека с его глазами, которые видят, и с его мозгом, который мыслит.

Спрашивается: что такое закон? Закон — это постоянная связь между предыдущим и последующим, между современным состоянием мира и непосредственно наступающим состоянием. Идеальный ученый, которому были бы известны все законы природы, имел бы определенные правила, с помощью которых он мог бы, зная настоящее состояние любой части Вселенной, определить, в каком состоянии эти же части будут находиться завтра. Само собою разумеется, что этот процесс можно продолжать неограниченно: из состояния мира в понедельник он выведет состояние его во вторник, отсюда тем же способом можно будет определить состояние мира в среду и т. п. Но это еще не все; если существует постоянная связь между состоянием мира в понедельник и его состоянием во вторник, то из первого можно вывести второе, но можно также поступить наоборот: зная состояние во вторник, можно определить состояние в понедельник, из состояния мира в понедельник можно будет тем же самым образом вывести заключение о состоянии его в воскресенье и т. д.; одинаково можно будет проникать как в глубь прошлого, так и в даль будущего. Зная мир в настоящий момент и законы, можно предсказать будущее, но равным образом можно отгадать и прошлое; используемый для этой цели прием, по существу, обратим.

Ввиду того, что мы теперь стоим на точке зрения математика, мы должны дать этой концепции возможно более точное выражение, и с этой целью мы прибегнем к языку математики. Мы скажем поэтому, что совокупность законов равносильна системе дифференциальных уравнений, которые связывают скорости изменения различных элементов Вселенной с их величинами в данный момент времени.

Как известно, такая система имеет бесконечное множество решений, но при задании начальных значений всех элементов, т. е. значений в момент $t = 0$ (то, что на обычном языке называется настоящим), решение становится вполне определенным, так что мы можем вычислить значения всех элементов в любой момент как для $t > 0$, что соответствует будущему, так и для $t < 0$, т. е. для прошлого. При этом важно заметить, что от настоящего к прошедшему мы заключаем совершенно таким же образом, как и от настоящего к будущему.

Но если дело обстоит так, то какими средствами располагаем мы для того, чтобы узнать геологическое прошлое, т. е. историю тех времен, в течение которых законы могли изменяться? Это прошлое недоступно нашему непосредственному наблюдению, и мы можем знать о нем только по тем следам, которые были им оставлены в настоящем, мы можем узнать его лишь через настоящее, и притом дедуктивно вывести его из настоящего мы можем лишь посредством только что мною изложенного процесса; этот же процесс позволяет нам равным образом из настоящего вывести будущее. Но можем ли мы при помощи этого процесса открыть изменения в законах? Очевидно, нет! Ведь мы можем применять эти законы, лишь предполагая, что они остались неизменными; непосредственно мы знаем, например, только состояние мира в понедельник и правила, связывающие это состояние с состоянием в воскресенье, и, применяя эти правила, мы определяем состояние в воскресенье; но если нам захочется идти дальше и вывести отсюда состояние в субботу, то для этого, несомненно, нужно допустить, что сами правила, при помощи которых мы перешли от понедельника к воскресенью, остались теми же самыми между воскресеньем и субботой. В противном случае мы имели бы право сделать только один

вывод: невозможно знать происшедшее в субботу. Если, стало быть, постоянство законов входит в предпосылки всех наших умозаключений, то мы не можем не найти его снова в выводе.

Зная современные орбиты планет, Леверье вычисляет, предположим, на основе закона Ньютона, каковы они будут через 10 000 лет. Какие бы способы вычислений он ни применял, он ни в коем случае не мог бы прийти к заключению, что по истечении стольких-то тысячелетий закон Ньютона перестанет быть верным. Он мог бы, изменив в своих формулах знак перед временем, вычислить, каковы были эти орбиты 10 000 лет тому назад, но, как он уверен заранее, никогда не обнаружит, что закон Ньютона не всегда был один и тот же.

Итак, для того чтобы мы могли кое-что узнать о прошлом, мы непременно должны допустить, что законы остались совершенно без всяких изменений; если мы это допустим, то вопрос об эволюции законов отпадет; при отказе от этого допущения данный вопрос станет неразрешимым, так же, как и всякий другой вопрос, относящийся к прошлому.

II

Мне могут возразить: разве не может случиться так, что применение предыдущего приема приведет к противоречию или, другими словами, что наши дифференциальные уравнения не будут иметь решения? Так как исходная посылка всех наших рассуждений, т. е. гипотеза о неизменности законов, привела бы нас, таким образом, к абсурдному следствию, то мы доказали бы путем приведения к абсурду, что законы эволюционировали, хотя для нас и осталось бы навсегда скрытым, в каком именно направлении они изменились.

Так как процесс, к которому мы прибегаем, обратим, то сказанное нами выше применимо и к будущему, и возможны, по-видимому, случаи, когда мы могли бы утверждать, что к такому-то сроку мир должен погибнуть или изменить свои законы; например, может случиться, что одна из величин, с которыми мы должны были иметь дело, согласно вычислению обращается в бесконечность или получает физически

невозможное значение. Погибнуть или изменить свои законы — это почти одно и то же; мир, законы которого отличались бы от наших, был бы уже не нашим миром, а каким-то другим.

Возможно ли, чтобы изучение современного мира и его законов привело нас к формулам, не свободным от подобных противоречий? Законы выводятся из опыта; если они говорят нам, что состояние *A* в воскресенье влечет за собой состояние *B* в понедельник, то, значит, оба состояния *A* и *B* были наблюдаемы и ни одно из них не является физически невозможным. Если мы продолжаем этот процесс дальше и делаем выводы, переходя каждый раз от одного дня к следующему, от состояния *A* к состоянию *B*, от состояния *B* к состоянию *C*, от состояния *C* к состоянию *D* и т. д., то все эти состояния физически возможны. Действительно, если бы состояние *D*, например, не было возможным, то не был бы возможен опыт, который доказывает, что состояние *C* по истечении дня порождает состояние *D*. Поэтому, как бы далеко мы ни зашли в нашем процессе дедукции, мы никогда не натолкнемся на физически невозможное состояние, т. е. на противоречие. Если же какая-либо из наших формул приведет нас к противоречию, то это значит, что мы вышли за границы опыта, т. е. произвели экстраполяцию. Предположим, например, что при известных условиях температура, как показывает наблюдение, понижается за день на один градус; если в данный момент температура равна, например, 20 градусам, то мы заключаем, что через 300 дней она будет —280°; это абсурд и физически невозможно, так как —273° есть абсолютный нуль. Что же отсюда вытекает? Показывало ли наблюдение, что в некоторый день температура изменилась от —279° до —280°? Конечно, нет! Ведь обе эти температуры не существуют. Наблюдение показало, например, что закон был приблизительно верен между 0° и 20°, и отсюда мы сделали необоснованное заключение, что он должен оставаться таким же до температуры —273° и даже ниже; это — незаконная экстраполяция. Но экстраполировать формулу, выведенную из опытов, можно неисчислимым множеством способов, и между ними всегда можно выбрать такую экстраполяцию, которая исключает физически невозможные состояния.

Законы нам известны только приблизительно; опыт лишь ограничивает наш выбор, и между всеми законами, которые он позволяет нам выбрать, мы всегда можем подобрать такие, которые не приведут нас к противоречию наподобие описанного выше, так что мы не будем вынуждены сделать заключение об изменяемости законов. Итак, этот способ также не дает нам возможности доказать эволюцию законов — ни в будущем, ни в прошлом.

III

Теперь нам могут возразить: «Вы говорите, что, переходя при помощи наших законов от настоящего к прошлому, мы никогда не приходим к противоречию, а тем не менее ученым пришлось уже натолкнуться на противоречия, и разрешить их не так легко, как вы предполагаете. Я допускаю даже, что эти противоречия лишь кажущиеся и со временем они, по всей вероятности, будут разрешены; но ведь из ваших рассуждений следует, что даже кажущееся противоречие должно было бы быть исключено».

Поясним это примером. Если по законам термодинамики вычислить время, в течение которого Солнце могло снабжать нас теплом, то мы найдем приблизительно 50 000 000 лет. Этот период геологи считают недостаточным: не говоря уже о том, что эволюция органических видов должна была совершаться гораздо медленнее (это вопрос спорный), но на отложение тех пластов, где находятся остатки растений и животных, которые не могли бы существовать без Солнца, требуется по крайней мере в десять раз большее число лет.

Причина этого противоречия заключается в том, что рассуждение, на котором основывает свое доказательство геолог, носит совершенно иной характер, чем рассуждение математика. Наблюдая одинаковые явления, мы приходим к выводу об одинаковости причин; например, найдя ископаемые остатки животных, которые относятся к ныне живущему семейству, мы заключаем, что в эпоху, когда происходило отложение пласта, содержащего эти остатки, условия, без которых животные этого семейства не могли бы жить, были все в наличии.

На первый взгляд то же самое делает и математик, на точку зрения которого мы становились в предыдущих параграфах; он также делал заключение, что одинаковые явления могут быть порождены лишь одинаковыми причинами, если только законы не изменились. Однако здесь все-таки есть весьма значительная разница. Рассмотрим состояние мира в данный момент и в некоторый предшествующий; состояние мира или даже весьма малой части его есть нечто, в высшей степени сложное и зависящее от очень большого числа элементов. Но для простоты предположим, что таких элементов всего два, так что двух данных достаточно, чтобы определить это состояние. Данные эти в первый момент будут, например A' и B' , а в последующий момент — A и B .

Формула математика, построенная на основании всех законов, открытых наблюдением, учит его, что состояние AB может быть порождено лишь предшествующим состоянием $A'B'$, но если ему известно лишь одно из двух данных, например A , и ему неизвестно, сопутствует ли ему второе данное B , то его формула не дает ему возможности прийти к какому бы то ни было заключению. В лучшем случае, если явления A и A' покажутся ему связанными между собою и сравнительно не зависящими от B и B' , он сделает заключение от A к A' , но никогда он не выведет двух данных A' и B' из единственного данного A . Геолог же, напротив, наблюдая единственное явление A , выведет, что оно могло быть порождено лишь совокупностью причин A' и B' , которые часто порождают его на наших глазах, так как в большинстве случаев это явление A отличается столь специфичным характером, что другая совокупность причин, которая привела бы к тому же результату, была бы абсолютно неправдоподобной.

Если два организма одинаковы или сходны, то это сходство не может быть случайным, и мы с достаточным основанием можем сказать, что они жили в сходных условиях; найдя остатки такого организма, мы можем быть уверены не только в том, что прежде существовал зародыш, сходный с тем, из которого в настоящее время развивается подобное существо, но также и в том, что внешняя температура была не выше той, при которой этот зародыш может

развиваться. В противном случае пришлось бы прийти к заключению, что эти остатки представляют собой «игру природы», как предполагали в XVII веке; нет надобности доказывать, что подобное заключение ни в коем случае не вяжется с логикой. Существование органических окаменелостей есть лишь наиболее яркий случай, и мы могли бы привести примеры такого же рода, не выходя за пределы минерального царства.

Таким образом, геолог может делать выводы в тех случаях, когда это невозможно для математика. Но зато в противоположность математику он рискует впасть в противоречие. Если из одного-единственного обстоятельства геолог делает заключение о нескольких предыдущих, если объем заключения в некотором смысле больше, чем объем предпосылок, то может случиться, что заключение, выведенное из одного наблюдения, находится в противоречии с заключением, к которому приводит другое наблюдение. Каждый изолированный факт становится как бы центром излучения. Математик из каждого отдельного факта выводит только один факт, геолог же выводит несколько фактов; из имеющейся у него светящейся точки он делает светящийся кружок большей или меньшей величины; две светящиеся точки, стало быть, дадут ему два кружка, которые могут накладываться один на другой, откуда и следует возможность противоречия. Например, если геолог находит в пласте моллюсков, которые не могут жить при температуре ниже 20° , то он приходит к заключению, что моря того времени были теплыми; но если затем другой геолог откроет в той же формации других животных, которые не могли бы выжить при температуре выше 5° , то он придет к выводу, что эти моря были холодными.

Быть может, есть основание надеяться, что наблюдения в действительности не приведут к противоречию или что противоречия не окажутся непреодолимыми, но сами правила формальной логики не гарантируют, так сказать, от противоречия. Если дело обстоит так, то возникает вопрос: не придем ли мы, рассуждая подобно геологам, к столь абсурдному заключению, что будем вынуждены заключить об изменяемости законов?

IV

Я позволю себе сделать здесь отступление. Только что мы видели, что геолог обладает оружием, которого математик не имеет и которое дает геологу возможность заключать от настоящего к прошлому. Почему бы этому же орудию не позволить нам заключить и от настоящего к будущему? Когда я вижу двадцатилетнего человека, то я уверен, что он прошел все этапы от младенчества до зрелости, и, следовательно, за последние 20 лет на Земле не произошло такой катастрофы, которая уничтожила бы все живое; но я отнюдь не могу заключить из этого, что такая катастрофа не произойдет в ближайшие 20 лет. Имсющиеся у нас средства познания прошлого оказываются непригодными, когда дело идет о будущем, и потому будущее кажется нам более таинственным, чем прошлое.

Здесь мне приходится сослаться на одну статью, которую я написал на тему о случайности¹⁾; я там привел взгляд Лаланда, который в противоположность общераспространенному мнению высказал следующее положение: если будущее и определяется прошлым, то прошлое, однако, не определяется будущим; одна и та же причина может привести только к одному результату, тогда как один и тот же результат может быть вызван многими различными причинами. Если мы согласимся с этим мнением, то должны будем признать, что будущее узнать легко, и лишь прошлое является таинственным.

Я не мог согласиться с этим мнением, но я выяснил, каким образом оно могло возникнуть. Принцип Карно учит нас, что энергия, которую ничто не в состоянии уничтожить, стремится рассеяться. Температуры выравниваются, и мир стремится к однородности, т. е. к смерти. Стало быть, значительные различия в причинах приводят к малым различиям в следствиях. Когда различия в следствиях становятся столь малыми, что наши наблюдения уже неспособны их распознать, то мы теряем всякую возможность обнаружить различия, некогда имевшие место в причинах, которые вызвали эти следствия, сколь бы велики не были эти различия.

¹⁾ См. «Наука и метод», книга I, глава IV. — *Примеч. ред.*

Но именно благодаря тому, что все стремится к смерти, жизнь представляет исключение, которое нуждается в объяснении.

Если камни, предоставленные произволу случая, скатываются с горы, то они рано или поздно упадут в долину; если мы находим камень у самого подножия горы, то это тривиальный факт и ничего не говорит нам о предыдущей истории камня; мы не можем узнать, в каком месте горы находился камень до падения.

Но если нам придется встретить камень вблизи вершины, то мы можем быть уверены в том, что он всегда там находился; если бы камень лежал на склоне горы, то он скатился бы вниз к самому подножию горы; к такому выводу мы могли бы прийти с тем большим основанием, чем исключительнее случай и чем меньше его вероятность.

V

Я только попутно затрагиваю этот вопрос; о нем стоило бы поразмышлять, но мне не хочется слишком далеко уклоняться от моей темы.

Можно ли считать вероятным, что противоречия геологов когда-нибудь приведут ученых к заключению об эволюции законов? Прежде всего необходимо заметить, что науки лишь в своем неразвитом состоянии прибегают к тем заключениям по аналогии, которыми вынуждена довольствоваться современная геология. По мере своего развития науки приближаются к тому состоянию, которое, по-видимому, уже достигнуто астрономией и физикой и в котором законы допускают математическую формулировку. С этого момента то, что мы говорили в начале этой статьи, будет верным без всяких ограничений. Но многие полагают, что рано или поздно все науки должны будут пройти через ту же самую эволюцию. В таком случае трудности, которые могли бы нам встретиться, имеют лишь временный характер и должны отпасть, как только науки выйдут из неразвитого состояния.

Но у нас нет даже надобности ждать этого неопределенного будущего.

В чем состоит заключение по аналогии, к которому прибегает геолог? Факт из геологического прош-

лого кажется ему столь схожим с современным, что он не может признать это сходство случайным. Он считает невозможным объяснить его иначе, как допустив, что эти два факта вызваны совершенно одинаковыми условиями. Возможно ли, чтобы он представлял себе, будто условия были совершенно одинаковы, за исключением лишь того маленького обстоятельства, что вследствие изменения законов природы, происшедшего за это время, весь мир изменился до неузнаваемости? Он утверждал бы, что температура должна была остаться неизменной, тогда как вследствие ниспровержения всей физики влияния температуры претерпели бы радикальное изменение, так что само слово «температура» потеряло бы всякий смысл. Как легко видеть, ни в каком случае он никогда не согласится остановиться на подобной концепции; это абсолютно не согласуется с его логикой.

VI

Но, может быть, человечество будет существовать дольше, чем мы предположили, столь долго, что оно сумеет заметить, как на его глазах происходит изменение законов? Или, быть может, человечество изобретет столь чувствительные инструменты, что это изменение, несмотря на его медленность, можно будет обнаружить через несколько поколений? Об изменении законов мы тогда узнали бы не путем индукции или умозаключения, а из непосредственного наблюдения. Не теряют ли в таком случае предыдущие рассуждения своего значения? Мемуары, в которых излагаются опыты наших предшественников, представляли бы собой лишь следы прошлого, которые давали бы нам только косвенные сведения об этом прошлом.

Старые документы для историка имеют такое же значение, как окаменелости для геолога, а труды прежних ученых являются старыми документами. О мыслях этих ученых они говорят нам лишь постольку, поскольку люди прежних времен походили на нас. Если бы произошло изменение естественных законов, то это отразилось бы на всех частях Вселенной, и человечество также не могло бы ускользнуть от него; если предположить, что ему удалось бы выжить в новых условиях, то оно должно было бы

подвергнуться изменению, чтобы приспособиться. Тогда язык прежних людей стал бы для нас непонятным; слова, которые они употребляли, не имели бы для нас смысла или, в лучшем случае, имели бы для нас не тот смысл, что для них. Не происходит ли это уже и теперь по истечении нескольких столетий, хотя законы физики остаются постоянными?

Итак, каждый раз мы возвращаемся к одной и той же дилемме: либо свидетельства прежних веков являются для нас вполне ясными, мир остался неизменным, и ни о чем другом они нам не могут сказать; либо же эти документы являются для нас непонятными, и мы ничего не узнаем из них, не узнаем даже, что законы изменились; мы прекрасно понимаем, что требуется не очень много, чтобы эти документы превратились для нас в мертвую букву.

Кроме того, люди прошлого, как и мы, имели только фрагментарное знание законов природы. Мы всегда найдем способ согласовать два таких фрагмента, даже если бы они сохранились нетронутыми, а тем более если из древности нам остается только слабое, туманное, наполовину стертное изображение.

VII

Встанем теперь на другую точку зрения. Законы, которые выведены нами из непосредственных наблюдений, представляют собой только результирующие. Возьмем, например, закон Мариотта. Большинству физиков он представляется лишь как следствие кинетической теории газов: молекулы газа движутся со значительными скоростями, они описывают сложные траектории, точные уравнения которых мы могли бы написать, если бы знали, по каким законам они взаимно притягиваются или отталкиваются. Рассматривая эти траектории с точки зрения теории вероятностей, можно доказать, что плотность газа пропорциональна его давлению.

Таким образом, законы, которым подчиняются доступные наблюдению тела, представляют собою не что иное, как следствия молекулярных законов. Их простота лишь кажущаяся, за ней скрывается чрезвычайно сложная действительность, так как степень ее сложности измеряется числом самих молекул. Но

именно благодаря тому, что это число очень велико, отличия в деталях взаимно уравниваются, и мы верим в гармоническое соотношение.

Но сами молекулы в свою очередь могут быть целыми мирами; их законы, может быть, также имеют характер результирующих, и, чтобы найти их основание, пришлось бы спуститься к молекулам молекул и т. д.; неизвестно, где можно было бы остановиться.

Таким образом, законы, которые открыты благодаря наблюдению, зависят от двух обстоятельств: от молекулярных законов и от расположения молекул. Неизменяемостью отличаются молекулярные законы, так как это истинные законы, а другие — только кажущиеся. Но расположение молекул может меняться, а с ним изменяются и наблюдаемые законы. Это могло бы служить доводом в пользу эволюции законов.

VIII

Представим себе мир, различные части которого обладают столь совершенной теплопроводностью, что между ними постоянно поддерживается тепловое равновесие. Жители этого мира не имели бы никакого представления о том, что мы называем разностью температур; в их сочинениях по физике совершенно отсутствовала бы глава, посвященная термометрии. За исключением этого пункта, их теории могли бы быть довольно полными и содержали бы множество законов, даже более простых, чем наши.

Предположим теперь, что этот мир медленно охлаждается вследствие излучения: температура его остается везде одинаковой, но понижается с течением времени. Допустим, что один из обитателей этого мира впадает в летаргический сон и просыпается лишь через несколько веков; предположим еще, раз уж мы так щедры на предположения, что он может жить в охладевшем мире и что он сохранил память о прошлом. Он увидит, что его потомки по-прежнему пишут сочинения по физике и, как и раньше, ничего не говорят о термометрии, но законы, которые они учат, совершенно отличны от тех, которые были ему известны. Например, в свое время его учили, что вода кипит при давлении в 10 миллиметров ртутного столба, тогда как по наблюдениям новых физиков вода

закипает лишь, если понизить давление до 5 миллиметров. То тело, которое он прежде знал в виде жидкости, теперь будет встречаться лишь в твердом состоянии и т. д. Все взаимодействия между различными частями Вселенной зависят от температуры, и с изменением температуры все изменяется до неузнаваемости.

Спрашивается: а нет ли такой физической сущности, столь же непознаваемой для нас, как температура для обитателей нашего фантастического мира? Не подвержена ли эта сущность постоянному изменению, подобно температуре шара, теряющего тепло через излучение, и не влечет ли это изменение за собой изменение всех законов?

IX

Вернемся к нашему воображаемому миру и спросим себя: не могли бы его обитатели, не повторяя истории спящих жителей Эфеса, заметить эту эволюцию? Как бы ни была совершенна теплопроводность на их планете, она, несомненно, не была бы абсолютной, так что чрезвычайно малые разности температур на ней были бы еще возможны. Долгое время они ускользали бы от наблюдения, но однажды могли бы изобрести более чувствительные измерительные приборы, и какой-нибудь гениальный физик доказал бы существование этих ничтожных разностей. Была бы построена теория, и оказалось бы, что эти разности температур влияют на все физические явления, и, наконец, какой-нибудь философ, взгляды которого показались бы большинству его современников смелыми и безрассудными, выступил бы с утверждением, что в прошлом могло произойти изменение средней температуры Вселенной, а вместе с ней и всех известных законов.

Не могли бы и мы сделать нечто подобное? Например, долгое время основные законы механики считались абсолютными. В настоящее время многие физики утверждают, что они должны быть изменены, или, лучше сказать, расширены, что они верны приблизительно, только для тех скоростей, к которым мы привыкли, и что они теряют силу для скоростей, сравнимых со скоростью света; в подкрепление своих

взглядов они ссылаются на некоторые опыты, выполненные с помощью радия. Тем не менее старые законы динамики остаются практически верными для окружающего нас мира. Нельзя ли, однако, с некоторой правдоподобностью утверждать, что вследствие постоянного рассеяния энергии скорости тел должны стремиться убывать, так как их живая сила стремится превратиться в тепло, и что, возвращаясь к достаточно отдаленному прошлому, мы дошли бы до эпохи, когда скорости, сравнимые со скоростью света, не были исключением, так что законы классической динамики тогда не были верны?

Допустим, с другой стороны, что законы, открываемые наблюдением, имеют лишь характер результирующих, зависящих как от молекулярных законов, так и от расположения молекул. Со временем, когда мы благодаря прогрессу науки постигнем эту зависимость, мы, несомненно, сможем прийти к выводу, что в силу самих молекулярных законов расположение молекул в прежнее время должно было быть не таким, как теперь, и, следовательно, законы, открываемые наблюдением, не всегда были одинаковыми. Мы пришли бы к заключению об изменяемости законов, но, отметим это особо, основанием для такого заключения послужило бы не что иное, как принцип их неизменности! Мы утверждали бы, что видимые законы изменились, но делали бы это лишь в силу того, что молекулярные законы, которые мы отныне рассматривали бы как истинные, были бы признаны постоянными.

Х

Итак, нет ни одного закона, о котором мы могли бы с уверенностью сказать, что в прошлом он был верен с той же степенью приближения, что и сейчас. Больше того, не существует ни одного закона, про который мы могли бы с уверенностью сказать, что невозможно доказать его несправедливость в прошлом. Тем не менее в этом нет ничего такого, что могло бы помешать ученым сохранить свою веру в принцип неизменности, так как всегда, когда закон низводится до степени временного закона, он заменяется другим законом, более общим и более универсальным; своим

разжалованием всякий закон обязан именно воцарению нового закона, и, таким образом, не может наступить междоцарствие, и принципы остаются неприкосновенными; только для них и совершаются перемены, и сами перевороты служат лишь блестящим подтверждением принципов.

Дело обстоит не так, что изменения законов обнаруживаются сначала путем индукции и опыта, а мы лишь потом стараемся их объяснить, подводя их во что бы то ни стало под более или менее искусственный синтез. Нет, синтез идет прежде всего, и если мы приходим к заключению об изменении законов, то лишь для того, чтобы не нарушить синтеза.

XI

До сих пор мы не задавали вопроса о том, изменяются ли законы в действительности, мы лишь спрашивали, могут ли люди считать, что законы изменяются. Но являются ли законы неизменными сами по себе, если рассматривать их как существующие вне разума, который их создал или наблюдал? Такой вопрос не только неразрешим, но и не имеет никакого смысла. К чему нам задаваться вопросом, могут ли законы изменяться со временем в мире вещей в себе, если в таком мире само понятие времени, может быть, не имеет смысла? О том, что собой представляет этот мир, мы ничего не можем ни сказать, ни думать, мы можем только говорить о том, чем он представляется или может представляться уму, не слишком отличающемуся от нашего.

Вопрос, поставленный таким образом, может быть решен. Представим себе два ума, сходные с нашим и наблюдающие Вселенную в две различные эпохи, например, отделенные друг от друга миллионами лет; каждый из них построит науку, т. е. систему законов, выведенных из фактов, открываемых наблюдением. Вполне возможно, что эти науки будут сильно отличаться одна от другой, и в этом смысле можно будет сказать, что законы эволюционировали. Но как бы ни было велико различие, мы всегда можем вообразить ум, который, как и первые два, имеет ту же природу, что и наш, но гораздо большую силу или наделен гораздо большей долговечностью, чем мы; такой

ум будет в состоянии произвести синтез и соединить в одну-единственную формулу, лишенную противоречий, обе частные и приближенные формулы, полученные нашими двумя недолговечными исследователями за тот короткий промежуток времени, которым они располагали. Для этого ума законы останутся неизменными и наука будет непреложной, лишь окажется, что ученые не располагали достаточным материалом.

Разъясним это геометрическим сравнением. Предположим, что изменение мира можно представить аналитической кривой. Каждый из нас видит лишь очень малую дугу этой кривой. Если бы кто-то обладал точным знанием кривой, то он мог бы составить ее уравнение и неограниченно продолжать ее. Но он имеет только приближенное знание дуги и может ошибиться в уравнении кривой; если он попытается продолжить кривую, то линия, которую он проведет, будет отклоняться от действительной кривой и тем сильнее, чем меньше протяжение известной ему дуги и чем дальше он будет продолжать эту дугу. Другой наблюдатель будет знать только другую дугу и при том лишь приближенно.

Если оба наблюдателя будут находиться на большом удалении друг от друга, то продолжения дуг, которые они проведут, не совпадут; но это вовсе не значит, что новый, более дальновзоркий наблюдатель, который непосредственно видит более длинный отрезок кривой и, таким образом, охватывает своим взглядом одновременно обе дуги, не будет в состоянии написать более точное уравнение и согласовать обе формулы; как бы ни была замысловата действительная кривая, всегда можно найти такую аналитическую кривую, которая на протяжении произвольно заданной длины будет сколь угодно мало отклоняться от действительной кривой.

Многие читатели, несомненно, будут возражать против того, что я постоянно заменяю мир системой простых символов. Но я это делаю не только лишь по профессиональной привычке математика, к этому меня вынуждает и сама природа рассматриваемого вопроса. Мир Бергсона ¹⁾ не имеет законов, иметь их могут

¹⁾ Анри Бергсон (1859—1941) — французский философ-идеалист, представитель антинтеллектуалистического интуитивизма. — *Примеч. ред.*

лишь более или менее искаженные картины мира, которые создают ученые. Когда говорят, что природа подчиняется законам, под этим подразумевают, что такой портрет обладает достаточной степенью сходства. О нем и только о нем мы можем размышлять, не опасаясь, что сама идея закона, составляющая предмет нашего изучения, обратится в ничто. С другой стороны, эта картина мира может быть разложена: ее можно разбить на элементы и отличить в ней один от другого разные внешние признаки, независимые части. Если я иногда эти элементы упрощал и сводил рассуждения к очень малому числу элементов, то это только вопрос сложности; это ничего не изменяло ни в природе, ни в содержании моих рассуждений, лишь изложение становилось более сжатым.

Глава II

ПРОСТРАНСТВО И ВРЕМЯ

Одной из причин, побудивших меня вернуться к вопросу, которым я занимался неоднократно, является происшедший недавно переворот в наших взглядах на механику. Разве принцип относительности, как его понимает Лоренц, не должен заставить нас принять совершенно новые представления о пространстве и времени и разве он не заставит нас тем самым оставить уже окончательно установленные, казалось бы, выводы? Разве мы не говорили, что геометрия была создана нашим умом, конечно, в связи с опытом, но не из опыта, как нечто принудительно навязанное им, так что, однажды построенная, она уже недоступна никакой проверке, не боится никаких новых покушений со стороны опыта? И, однако, не кажется ли, что опыты, на которых основана новая механика, поколебали и геометрию? Чтобы разобраться во всем этом, я должен кратко напомнить некоторые из основных идей, которые я пытался развить в моих прежних работах.

Прежде всего я устраню понятие о мнимом чувстве пространства, которое будто бы позволяет нам локализовать наши ощущения в каком-то совершенно готовом пространстве, понятие о котором существует до всякого опыта и которое до всякого опыта уже

имеет все свойства пространства геометра. Что такое в сущности это мнимое чувство пространства? Какой опыт должны мы поставить, когда желаем убедиться, обладает ли им какое-нибудь животное? Мы помещаем поблизости от этого животного различные вещи, которых оно очень хочет, и наблюдаем, сумеет ли оно произвести сразу, без пробы, движения, необходимые для достижения этих вещей. А как убеждаемся мы в том, что другие люди обладают этим замечательным чувством пространства? Точно так же, замечая, что они способны сокращать надлежащим образом свои мускулы и достигать предметов, о присутствии которых им сообщили определенные ощущения. Наконец, как уверяемся мы в наличии этого чувства пространства в нашем собственном сознании? Здесь также, имея различные ощущения, мы знаем, что в состоянии произвести движения, позволяющие нам достигнуть предметов, в которых мы видим источник этих ощущений, и тем самым воздействовать на наши ощущения, заставить их исчезнуть или сделать их более интенсивными. Вся разница заключается лишь в том, что для этого нам нет надобности действительно производить эти движения, достаточно лишь представить их себе. Это чувство пространства, которого будто бы не в силах выразить интеллект, могло бы быть разве лишь какой-то особенной силой, заключенной в глубинах подсознательного, а в таком случае сила эта могла бы стать нам известной только через вызываемые ею действия; но эти действия и суть как раз те движения, о которых я только что говорил. Таким образом, чувство пространства сводится к некоторой постоянной ассоциации между определенными ощущениями и определенными движениями или к представлению этих движений (нужно ли во избежание постоянно повторяющихся, несмотря на мои неоднократные объяснения, недоразумений сказать еще раз, что я под этим понимаю не представление этих движений в пространстве, а представление сопутствующих им ощущений?).

Почему же и в какой мере пространство относительно? Ясно, что если бы наше тело и все окружающие нас предметы, равно как и наши измерительные инструменты, были перенесены в другую часть пространства, причем их взаимные положения не

изменились бы, то мы бы этого вовсе не заметили. В действительности это и имеет место, ибо мы уносимся, даже не догадываясь об этом, вместе с Землей в ее движении. Точно так же мы ничего не заметили бы, если бы все предметы увеличились в одно и то же число раз и если бы то же самое произошло с нашими измерительными инструментами. Таким образом, мы не только не можем знать абсолютного положения в пространстве какого-либо предмета, так что сами эти слова «абсолютное положение в пространстве» не имеют никакого смысла и следует говорить лишь о его относительном положении по отношению к другим предметам, но и выражения «абсолютная величина предмета», «абсолютное расстояние между двумя точками» также не имеют никакого смысла; можно говорить лишь об отношении двух величин, об отношении двух расстояний. Больше того, предположим, что все предметы деформируются согласно некоторому закону, более сложному, чем предыдущий, согласно, скажем, совершенно произвольному закону, и предположим, далее, что в то же самое время наши измерительные инструменты деформируются по тому же самому закону. Мы и этого не могли бы заметить, так что пространство гораздо более относительно, чем это обыкновенно думают. Мы можем заметить лишь те изменения формы предметов, которые отличаются от одновременных изменений формы наших измерительных инструментов.

Наши измерительные инструменты представляют собой твердые тела или же состоят из нескольких твердых тел, подвижных друг относительно друга, относительные перемещения которых отмечаются особыми реперами, помещенными на этих телах, или указателями, перемещающимися по градуированным шкалам; пользование инструментом сводится к отсчету этих показаний. Мы, таким образом, можем узнать, переместился ли наш инструмент наподобие неизменного твердого тела или нет, так как в этом случае рассматриваемые отсчеты не должны были измениться. В состав наших инструментов входят также и оптические трубы, с помощью которых мы производим отсчеты, таким образом, можно сказать, что лучи света тоже принадлежат к нашим инструментам.

Способна ли наша интуиция пространства дать нам нечто большее? Мы видели, что она сводится к некоторой постоянной связи между определенными ощущениями и определенными движениями. Это значит, что те члены, с помощью которых мы производим эти движения, играют, так сказать, тоже роль измерительных инструментов. Инструменты эти, менее точные, чем инструменты ученого, достаточны, однако, для нашей повседневной жизни. Именно с их помощью ребенок или первобытный человек измерили или, вернее, построили себе пространство, которым они довольствуются в нуждах своей повседневной жизни. Наше тело — наш первый измерительный инструмент. Как и прочие инструменты, оно состоит из нескольких твердых частей, подвижных друг относительно друга, причем определенные ощущения предупреждают нас об относительных перемещениях этих частей. Благодаря этому мы, как и в случае искусственных инструментов, можем узнать, переместилось ли наше тело наподобие неизменного твердого тела или нет. Словом, все наши инструменты, как те, которыми ребенок обязан природе, так и те, которыми ученый обязан своему гению, имеют в качестве основных частей твердое тело и световой луч.

Спрашивается, имеет ли при таких условиях пространство геометрические свойства, независимые от инструментов, которые служат для его измерения? Пространство может, как мы сказали, подвергнуться любой деформации, и ничто не откроет нам этого, если наши инструменты испытали ту же самую деформацию. Таким образом, пространство в действительности аморфно; оно рыхлая, лишенная твердости форма, которую можно приложить ко всему; оно не имеет своих собственных свойств. Заниматься геометрией — это значит изучать свойства наших инструментов, т. е. свойства твердого тела.

Но в таком случае, поскольку наши инструменты несовершенны, геометрия, казалось бы, должна изменяться со всяким новым усовершенствованием инструментов. Конструкторы должны были бы иметь право извещать в своих проспектах: «Предлагаю пространство гораздо более высокого качества, чем пространства моих конкурентов, гораздо более простое, более удобное, более комфортабельное». Но мы знаем, что

это не имеет места. Хотелось бы сказать, что геометрия — это учение о свойствах, которые имели бы инструменты, если бы они были совершенными. Но для этого надо было бы знать, что представляет собой совершенный инструмент, а мы этого не знаем, потому что таких инструментов нет и потому что мы могли бы определить идеальный инструмент лишь с помощью геометрии, т. е. впадая в порочный круг. Поэтому мы скажем, что геометрия представляет собой исследование определенной системы законов, мало отличающихся от тех, которым подчиняются в действительности наши инструменты, но гораздо более простых, законов, которым реально не подчиняется никакой естественный предмет, но которые постижимы умом. В этом смысле геометрия есть некоторое условное соглашение, своего рода компромисс между нашей любовью к простоте и нашим желанием не слишком удаляться от того, что нам сообщают наши инструменты. Это соглашение определяет одновременно как пространство, так и совершенный инструмент.

То, что мы сказали о пространстве, применимо и ко времени. Говоря это, я имею в виду не время, как его понимают ученики Бергсона, не ту длительность, которая не является чистым количеством, лишенным всякого качества, но которая является, так сказать, самим качеством, длительность, различные части которой, взаимно проникая друг друга, качественно друг от друга отличаются. Эта длительность не могла бы быть инструментом ученого; она могла бы стать им, лишь подвергнувшись коренному преобразованию, лишь «опространстившись», как говорит Бергсон. Действительно, необходимо, чтобы она стала измеримой; то, что недоступно измерению, не может быть и объектом науки. Но измеримое время по существу также относительно. Если бы все процессы в природе замедлились и если бы то же самое произошло с нашими часами, то мы бы ничего не заметили; это произошло бы при любом законе замедления, лишь бы оно было одним и тем же для всех решительно процессов и для всех часов. Таким образом, свойства времени — только свойства часов, подобно тому как свойства пространства — только свойства измерительных инструментов.

Это еще не все. Психологическое время, длительность Бергсона, из которой произошло время ученых, служит для классификации явлений, происходящих в одном и том же сознании. Оно непригодно для классификации двух психологических явлений, происходящих в двух различных сознаниях, а тем более двух физических явлений. Допустим, что некоторое событие происходит на Земле, другое — на Сириусе. Как узнать, происходит ли первое раньше второго, одновременно с ним или после него? Это может быть лишь делом условного соглашения.

Можно, однако, рассматривать относительность времени и пространства с совершенно иной точки зрения. Рассмотрим законы, которым подчиняется мир; они могут быть выражены с помощью дифференциальных уравнений. Мы констатируем, что эти уравнения не изменяются, если так изменить прямоугольную координатную систему, что она остается неподвижной, точно так же, как и при изменении начала времени или при замене прямоугольной системы неподвижных осей координат такими же, но подвижными осями, движущимися прямолинейно и равномерно. Позвольте мне назвать относительность психологической, если она рассматривается с первой точки зрения, и физической, если она рассматривается со второй точки зрения. Вы сразу же видите, что физическая относительность гораздо уже психологической. Мы сказали, например, что ничего не изменится, если умножить все длины на одну и ту же постоянную величину, лишь бы умножение распространялось на все предметы и на все инструменты. Но если мы умножим все координаты на одну и ту же величину, то возможно, что наши дифференциальные уравнения изменятся. Они изменятся, например, если мы введем подвижные вращающиеся оси, потому что в этом случае придется ввести в уравнения простую и составную центробежные силы. Таким именно образом опыт Фуко показал наглядно вращение Земли. В этом есть нечто, противоречащее нашим основным идеям об относительности пространства, идеям, основанным на психологической относительности. Это несогласие смущало многих философов.

Рассмотрим этот вопрос несколько подробнее. Все части мира связаны между собой, и как ни далек

Сириус, он все-таки несколько действует на то, что происходит у нас. Поэтому если мы захотим написать дифференциальные уравнения, управляющие миром, то они или не будут точными или же должны будут зависеть от состояния всего мира. Не будет отдельной системы уравнений для мира Земли, а другой — для мира Сириуса; будет одна система, применимая ко всей Вселенной.

Но мы не наблюдаем непосредственно дифференциальных уравнений; мы наблюдаем лишь конечные уравнения, которые являются непосредственными выражениями наблюдаемых явлений и из которых дифференциальные уравнения получаются дифференцированием. Дифференциальные уравнения не изменяются, когда производят одну из тех замен координатных осей, о которых мы говорили выше. Иное происходит в случае конечных уравнений: изменение осей заставило бы нас изменить постоянные интегрирования. Таким образом, принцип относительности применяется не непосредственно к наблюдаемым конечным уравнениям, но к уравнениям дифференциальным. Но как перейти от конечных уравнений к тем дифференциальным уравнениям, интегралами которых они являются? Необходимо знать несколько частных интегралов, отличающихся друг от друга величинами постоянных интегрирования, и исключить эти постоянные дифференцированием. Только одно из этих решений осуществлено в природе, хотя их возможно бесчисленное множество. Чтобы построить дифференциальное уравнение, необходимо знать не только то решение, которое осуществлено, но также и все остальные, возможные.

Но если мы имеем лишь одну систему законов, применимую ко всей Вселенной, то опыт может дать нам только одно-единственное решение, то самое, которое фактически осуществлено, ведь Вселенная существует в одном экземпляре. Это — первая трудность.

Кроме того, в силу психологической относительности пространства мы можем наблюдать лишь то, что могут измерить наши инструменты. Они дают нам, например, расстояние между звездами или между различными рассматриваемыми нами телами. Они не дадут нам их координат по отношению к некоторым подвижным или неподвижным осям, существование

которых лишь дело условия. Если наши уравнения и содержат эти координаты, то только благодаря некоторой фикции, которая может быть удобной, но которая все же остается фикцией. Если мы желаем, чтобы наши уравнения прямо выражали то, что мы наблюдаем, то необходимо, чтобы расстояния непосредственно фигурировали в числе наших независимых переменных и тогда остальные переменные исчезнут сами собой. Это будет наш принцип относительности, но теперь уже лишенный всякого смысла. Он означает просто, что мы ввели в наши уравнения вспомогательные, добавочные переменные, не представляющие ничего осязаемого, и что их можно исключить.

Эти трудности исчезают, если не придерживаться абсолютной строгости. Различные части мира связаны между собой, но как только расстояние становится достаточно большим, их взаимодействие делается столь слабым, что мы вправе им пренебречь. А тогда наши уравнения разделятся на отдельные системы, причем одна окажется применимой только к земному миру, другая — к солнечному миру, третья — к миру Сириуса или даже к гораздо меньшим мирам, например таким, как лабораторный стол.

В таком случае уже нельзя сказать, что Вселенная существует лишь в одном экземпляре: в лаборатории может быть много столов, можно будет вновь провести известный опыт, изменив его условия. Тогда уже будет найдено не одно-единственное решение, осуществленное в действительности, но целый ряд возможных решений, и можно будет легко перейти от конечных уравнений к дифференциальным уравнениям.

С другой стороны, мы будем знать не только взаимные расстояния различных тел одного из этих маленьких миров, но также и их расстояния до тел соседних маленьких миров. Мы можем сделать так, что будут меняться только вторые расстояния, а первые останутся неизменными. Это все равно, как если бы мы изменили оси, к которым отнесен наш первый маленький мир. Звезды слишком удалены от нас, чтобы заметно воздействовать на наш земной мир, но мы их видим и благодаря этому можем относить земной мир к осям, связанным с этими звездами. Мы имеем способ измерить сразу взаимные расстояния земных тел и координаты этих тел по отношению к системе

осей, чуждой земному миру. Принцип относительности в этом случае приобретает определенный смысл, он становится доступным проверке.

Заметим, однако, что мы получили этот результат, пренебрегая известными действиями, но тем не менее мы не считаем наш принцип только приближенным, а приписываем ему абсолютное значение. Действительно, заметив, что он остается верным, как бы ни были удалены друг от друга наши маленькие миры, мы условно соглашаемся говорить, что он остается истинным для точных уравнений Вселенной. И это условное соглашение никогда нельзя будет опровергнуть, ибо принцип наш, взятый в применении ко всей Вселенной, недоступен проверке.

Вернемся теперь к случаю, о котором мы только что говорили. Дана некоторая система, относимая то к неподвижным, то к вращающимся осям. Изменяются ли при этом уравнения, выражающие ее движение? Да, отвечает обычная механика. Но верно ли это? Ведь то, что мы наблюдаем, — это не координаты тел, а их взаимные расстояния. Мы могли бы попытаться составить уравнения, которым подчиняются эти расстояния, исключив другие величины, являющиеся лишь добавочными, недоступными наблюдению переменными. Такое исключение всегда возможно. Но дело в том, что при сохранении координат мы получим дифференциальные уравнения второго порядка. Если же мы исключим все то, что недоступно наблюдению, то дифференциальные уравнения будут уже третьего порядка, так что останется значительно больше места для различных возможностей. При таком условии принцип относительности будет применим и в этом случае; при переходе от неподвижных осей к вращающимся эти уравнения третьего порядка не изменятся. Будут изменяться лишь уравнения второго порядка, определяющие координаты. Но эти уравнения второго порядка являются, так сказать, интегралами первых, и, как во все интегралы дифференциальных уравнений, в них входят постоянные интегрирования; эти-то постоянные и изменяются при переходе от неподвижных осей к вращающимся. Но так как мы предполагаем, что наша система совершенно изолирована в пространстве, т. е. рассматриваем ее как всю Вселенную, то мы не имеем никакой возможности убедиться в том, вра-

щается ли она. Значит, именно дифференциальные уравнения третьего порядка выражают то, что мы наблюдаем.

Вместо того чтобы брать всю Вселенную в целом, рассмотрим теперь наши маленькие разделенные миры, не имеющие механического воздействия друг на друга, но видимые один другому. Если один из этих миров вращается, то мы заметим его вращение. Мы найдем, что значение, которое следует приписать постоянной, о которой мы только что говорили, зависит от скорости вращения. Тем самым будет оправдано соглашение, обычно принимаемое механиками.

Мы видим, таким образом, каков смысл принципа физической относительности. Он уже не является больше простым условным соглашением, он доступен проверке и, значит, может быть опровергнут опытом. Он — экспериментальная истина. Каков же смысл этой истины? Его легко вывести из предыдущих соображений. Принцип этот означает, что взаимодействие двух тел стремится к нулю, когда эти тела удаляются бесконечно друг от друга. Он означает, что два удаленных друг от друга мира ведут себя так, как если бы они были независимы друг от друга. Теперь более понятно, почему принцип физической относительности менее универсален, чем принцип психологической относительности. Мы уже не видим в нем необходимости, вытекающей из самой природы нашего ума. Это — экспериментальная истина, которой опыт указывает границы.

Принцип физической относительности может служить нам для определения пространства. Он дает нам, так сказать, новый измерительный инструмент. Объяснюсь. Как может твердое тело служить нам для измерения или, правильнее, для построения пространства? Дело обстоит здесь следующим образом: перенося твердое тело из одного места в другое, мы замечаем, таким образом, что его можно приложить сперва к одной фигуре, потом к другой, и мы соглашаемся считать эти фигуры равными. Из этого соглашения родилась геометрия. Каждому возможному перемещению твердого тела в этом случае соответствует некоторое преобразование пространства самого в себя, не изменяющее форм и величин фигур. Геометрия есть не что иное, как учение о взаимных соотношениях этих

преобразований или, выражаясь математическим языком, учение о строении группы, образованной этими преобразованиями, т. е. группы движений твердых тел.

Возьмем теперь другую группу, группу преобразований, не изменяющих наших дифференциальных уравнений. Мы получаем новый способ определения равенства двух фигур. Мы уже не скажем более: две фигуры равны, когда одно и то же твердое тело может быть приложено и к одной и к другой. Мы скажем: две фигуры равны, когда одна и та же механическая система, удаленная от соседних систем настолько, что ее можно рассматривать как изолированную, будучи помещена сперва таким образом, что ее материальные точки воспроизводят первую фигуру, а затем таким образом, что они воспроизводят другую фигуру, ведет себя во втором случае так же, как и в первом.

Отличаются ли друг от друга существенным образом оба эти взгляда? Нет. Твердое тело принимает свою форму под влиянием взаимных притяжений и отталкиваний составляющих его молекул, и эта система сил должна быть в равновесии. Определить пространство таким образом, что твердое тело сохраняет свою форму при перемещении, — это все равно, что определить его тем, что уравнения равновесия этого тела не изменяются при изменении осей. Но эти уравнения равновесия представляют собой только частный случай общих уравнений динамики, которые в силу принципа физической относительности не должны изменяться при таком изменении осей.

Твердое тело — это такая же механическая система, как и всякая другая. Вся разница между нашими прежним и новым определениями пространства заключается в том, что последнее шире, позволяя заменить твердое тело любой другой механической системой. Более того, наше новое условное соглашение определяет не только пространство, но и время. Оно объясняет нам, что такое два одновременных момента, что такое два равных промежутка времени или же что такое промежуток времени, вдвое больший другого промежутка.

Еще одно замечание. Принцип физической относительности, сказали мы выше, является экспериментальным фактом в том же смысле, в каком им яв-

ляются свойства данных в природе твердых тел. Как таковой, он подвержен непрерывному пересмотру. Между тем геометрия не подлежит такому пересмотру, поэтому она должна быть условным соглашением, и принцип относительности должен рассматриваться как условное соглашение. Мы сказали выше, каков его экспериментальный смысл: он означает, что взаимодействие двух весьма удаленных друг от друга систем стремится к нулю, когда их взаимное расстояние бесконечно возрастает. Опыт показывает нам, что это приблизительно верно. Он не может показать нам, что это верно в точности, потому что расстояние между системами всегда останется конечным. Но ничто не мешает нам считать его в точности верным; ничто не помешало бы нам предположить это даже в том случае, если бы опыт обнаружил в принципе кажущуюся ошибку. Предположим, что взаимодействие двух тел, уменьшавшееся сперва с ростом расстояния, затем начало возрастать. Ничто не мешает нам предположить, что для еще большего расстояния оно снова начнет убывать, стремясь в пределе к нулю. В этом случае наш принцип получает характер условного соглашения и избавляется, таким образом, от посягательств опыта. Это — условное соглашение, которое подсказывает нам опыт, но которое мы принимаем добровольно.

В чем же заключается переворот, происшедший под влиянием новейших успехов физики? Принцип относительности в его прежней форме должен быть отвергнут, он заменяется принципом относительности Лоренца. Именно преобразования «группы Лоренца» не изменяют дифференциальных уравнений динамики. Если мы предположим, что наша система отнесена не к неподвижным осям, а к осям, обладающим переносным движением, то приходится допустить, что все тела деформируются, что шар, например, превращается в эллипсоид, малая ось которого совпадает с направлением переносного движения осей координат. В этом случае и само время испытывает глубокие изменения. Возьмем двух наблюдателей, из которых первый связан с неподвижными осями, второй — с движущимися, но оба считают себя находящимися в покое. Мы найдем, что не только та геометрическая фигура, которую первый считает шаром, будет казаться второму эл-

липсоидом, но что два события, которые первый будет считать одновременными, не будут таковыми для второго.

Все происходит так, как если бы время было четвертым измерением пространства и как если бы четырехмерное пространство, получающееся из соединения обычного пространства и времени, могло вращаться не только вокруг какой-нибудь оси обычного пространства, так что время при этом остается неизменным, но и вокруг любой оси. Чтобы сравнение было математически верным, этой четвертой координате пространства следует приписать чисто мнимое значение. Четырьмя координатами какой-нибудь точки нашего нового пространства уже будут не x, y, z и t , но x, y, z и $t\sqrt{-1}$. Но я не буду настаивать на этом пункте; важно лишь отметить, что в этом новом представлении пространство и время не являются уже двумя совершенно различными сущностями, которые можно рассматривать отдельно друг от друга, но двумя частями одного и того же целого, столь тесно связанными, что их не легко отделить друг от друга.

Другое замечание. Когда-то я пытался определить отношение между двумя событиями, происшедшими в двух различных местах, говоря, что одно можно считать предшествующим другому, если его можно рассматривать как причину этого другого. Это определение становится теперь недостаточным. В новой механике нет действий, которые переносятся мгновенным образом. Максимальная скорость передачи действия — это скорость света. При этих условиях может случиться, что событие A не может быть (при одном лишь рассмотрении пространства и времени) ни действием, ни причиной события B , если расстояние между теми местами, в которых они происходят, таково, что свет не может перенестись в надлежащее время ни от места B к месту A , ни от места A к месту B .

Каково же будет наше отношение к этим новым представлениям? Заставят ли они нас изменить наши заключения? Нисколько; мы приняли известное условное соглашение потому, что оно казалось нам удобным, и сказали, что ничто не заставит нас от него отказаться. Теперь некоторые физики хотят принять новое условное соглашение. Это не значит, что они были вынуждены это сделать; они считают это

новое соглашение более удобным — вот и все. А те, кто не придерживается их мнения и не желает откаться от своих старых привычек, могут с полным правом сохранить старое соглашение. Между нами говоря, я думаю, что они еще долго будут поступать таким образом.

Глава III

ПОЧЕМУ ПРОСТРАНСТВО ИМЕЕТ ТРИ ИЗМЕРЕНИЯ

1. Analysis situs и непрерывность

Обыкновенно геометры различают два вида геометрий; первую они называют геометрией метрической, а вторую — проективной. Метрическая геометрия основана на понятии расстояния; две фигуры в ней считаются эквивалентными, когда они «равны» в том смысле, какой придают этому слову математики. Проективная же геометрия основана на понятии прямой линии. Чтобы две фигуры в ней рассматривались как эквивалентные, нет нужды, чтобы они были равными; достаточно того, чтобы можно было перейти от одной из них к другой с помощью проективного преобразования, т. е. чтобы одна из них была перспективой другой. Нередко эту вторую дисциплину называли качественной геометрией, и она действительно такова, если противопоставлять ее первой, метрической геометрии, ибо ясно, что измерение и количество играют в ней менее важную роль. Но все-таки она еще не полностью качественная. Тот факт, что какая-нибудь линия представляет собой прямую, не есть еще нечто чисто качественное. Нельзя убедиться в том, что какая-нибудь линия представляет собой прямую, не производя измерений или не налагая на эту линию линейки, являющейся особым измерительным инструментом.

Но есть третья геометрия, из которой совершенно изгнано количество и которая носит чисто качественный характер. Это — Analysis situs. В этой дисциплине две фигуры считаются эквивалентными всякий раз, когда можно непрерывной деформацией перейти от одной из них к другой независимо от того, каков бы ни был закон этой деформации, лишь бы он не нарушал непрерывности. Так, круг эквивалентен

эллипсу или даже любой замкнутой кривой, но он не эквивалентен отрезку прямой, так как этот отрезок не замкнут. Шаровая поверхность эквивалентна любой выпуклой поверхности, но не эквивалентна тору, потому что в торе есть отверстие, которого нет у шара. Представим себе какую-нибудь модель и копию с нее, сделанную искусственным художником. Пропорции здесь искажены, прямые, проведенные дрожащей рукой, имеют ненужные отклонения и представляют собой всякого рода искривления. С точки зрения метрической или даже проективной геометрии обе фигуры не эквивалентны, но они эквивалентны с точки зрения *Analysis situs*.

Analysis situs представляет собой очень важную для геометра науку. Она приводит к целому ряду теорем, столь же тесно связанных между собой, как и теоремы Евклида. На совокупности этих теорем Риман построил одну из самых замечательных и наиболее абстрактных теорий чистого анализа. Чтобы показать природу этой науки, я приведу две из этих теорем: две замкнутые плоские кривые пересекаются в четном числе точек; если многогранник выпуклый, т. е. если на его поверхности невозможно провести замкнутой кривой, не деля ее на две части, то число его ребер равно числу вершин плюс число граней без двух. Это верно даже тогда, когда ребра и грани этого многогранника кривые.

Analysis situs представляет для нас интерес тем, что именно здесь проявляется роль геометрической интуиции в чистом виде. Если в какой-нибудь теореме метрической геометрии обращаются к этой интуиции, то это делается потому, что невозможно изучать метрические свойства фигуры, отвлекаясь от ее качественных свойств, т. е. от тех свойств, которые составляют собственно предмет *Analysis situs*. Нередко говорят, что геометрия есть искусство хорошо рассуждать над плохо сделанными чертежами. Это — не просто шутливое замечание, это — истина, достойная того, чтобы над ней задумались. Но что такое плохо сделанный чертеж? Это такой чертеж, который может сделать тот искусный художник, о котором мы говорили выше. Он искажает более или менее грубо все пропорции, его прямые линии все в изгибах, его круги имеют уродливые горбы, все это нисколь-

ко не меняет дела и нисколько не смущает геометра, все это не мешает ему правильно рассуждать.

Но не следует допускать, чтобы неопытный художник изобразил замкнутую кривую в виде незамкнутой, три пересекающиеся в одной точке линии — в виде трех линий, вовсе не имеющих общих точек, поверхность с отверстием — поверхностью без отверстия. В этом случае невозможно было бы уже пользоваться его чертежом, и рассуждение оказалось бы невозможным. Интуиции не мешают недостатки чертежа, затрагивающие метрическую или проективную геометрию, но она станет невозможной, как только эти недостатки затронут *Analysis situs*.

Это простое замечание показывает нам истинную роль геометрической интуиции. Именно чтобы помочь интуиции, геометр пользуется чертежами фигур или по крайней мере мысленно их себе представляет. Но если он легко поступает метрическими или проективными свойствами этих фигур, если он оказывает исключительное внимание их чисто качественным свойствам, то это потому, что здесь мы имеем дело с геометрической интуицией в чистом виде. Я не хочу сказать, что метрическая геометрия основана на чистой логике, что в ней вовсе не играют роли интуитивные истины. Но это — интуиции совсем другого рода, они аналогичны тем, которые играют значительную роль в арифметике и в алгебре.

Основное положение *Analysis situs* состоит в том, что пространство есть непрерывность трех измерений. Каково происхождение этого положения, я уже рассмотрел в другом месте, но очень кратко, и мне кажется не лишним остановиться на нем еще раз несколько подробнее, чтобы разъяснить некоторые пункты.

Пространство относительно. Я хочу этим сказать не только то, что мы можем быть перенесены в другую область пространства и не заметим этого (фактически это и происходит, ибо мы не замечаем переносного движения Земли), и не только то, что размеры всех предметов могут быть увеличены в одном и том же отношении, и мы не сможем этого заметить, если наши измерительные инструменты подвергнутся такому же увеличению; но я хочу сказать также, что пространство может быть деформировано по любому

закону, лишь бы и наши измерительные инструменты были деформированы в точности по тому же самому закону.

Эта деформация может быть любой, однако она должна быть непрерывной, т. е. быть такой, которая преобразует какую-либо фигуру в другую, эквивалентную ей с точки зрения *Analysis situs*. Следовательно, пространство, рассматриваемое независимо от наших измерительных инструментов, не имеет ни метрических, ни проективных свойств. Оно имеет лишь топологические свойства (т. е. свойства, которые изучает *Analysis situs*). Оно аморфно, т. е. оно не отличается от такого пространства, которое может быть выведено из него произвольной непрерывной деформацией. Чтобы пояснить свою мысль, я воспользуюсь математическим способом выражения. Рассмотрим два пространства E и E' . Точка M в пространстве E соответствует точке M' в пространстве E' . Точка M имеет прямоугольные координаты x , y и z ; точка M' имеет прямоугольные координаты в виде трех каких-либо непрерывных функций x , y и z . С интересующей нас точки зрения оба эти пространства не отличаются друг от друга.

В другом месте я подробно разъяснил, как введение наших измерительных инструментов и в особенности твердых тел позволяет уму определить и более полно организовать это аморфное пространство, как оно позволяет проективной геометрии провести в нем сеть прямых линий, а метрической геометрии измерить расстояния между его точками, какую существенную роль играет в этом процессе основное понятие группы. Я считаю все эти вопросы разобранными и не буду к ним возвращаться.

Единственным нашим предметом здесь является аморфное пространство, изучаемое *Analysis situs*, единственное пространство, не зависящее от наших измерительных инструментов, и его основное свойство (я чуть было не сказал, его единственное свойство) быть непрерывностью трех измерений.

2. Непрерывность и сечения

Но что такое непрерывность n измерений? Чем отличается она от непрерывности с меньшим или большим числом измерений? Напомним сначала некото-

рые результаты, полученные учениками Кантора. Можно установить однозначное соответствие между точками какой-нибудь прямой и точками какой-нибудь плоскости или, более общо, между точками непрерывности n измерений и точками непрерывности p измерений. Это возможно, пока мы не связываем себя условием, чтобы двум бесконечно близким точкам этой прямой соответствовали две бесконечно близкие точки плоскости, т. е. пока мы не придерживаемся условия непрерывности.

Следовательно, можно, деформируя плоскость, получить прямую, лишь бы эта деформация не была непрерывной. Наоборот, это было бы невозможно при непрерывной деформации. Таким образом, вопрос о числе измерений тесно связан с понятием непрерывности и теряет всякий смысл для того, кто отвлекся бы от этого понятия.

Для определения непрерывности n измерений мы имеем прежде всего аналитическое определение: непрерывность n измерений — это совокупность n координат, т. е. совокупность n величин, которые могут изменяться независимо друг от друга и принимать все вещественные значения, удовлетворяющие некоторым неравенствам.

Хотя это определение безупречно с математической точки зрения, однако оно не может нас вполне удовлетворить. В непрерывности различные координаты не просто расположены, так сказать, одна около другой; они связаны между собой, образуя различные аспекты одного целого. Изучая пространство, мы в каждый момент производим то, что называется изменением координат. Например, мы изменяем прямоугольные оси координат или даже переходим к криволинейным координатам. Изучая другую непрерывность, мы также изменяем координаты, т. е. заменяем наши n координат какими-либо n непрерывными функциями этих координат. Для нас, извлекающих понятие о непрерывности n измерений не из указанного выше аналитического определения, а из некоторого более глубокого источника, эта операция вполне естественна; мы чувствуем, что она не искажает того, что существенно в непрерывности. Наоборот, для тех, кто знал бы непрерывность из ее аналитического определения, эта операция

была бы, без сомнения, допустимой, но странной и непонятной.

Наконец, это определение с легкостью жертвует интуитивным происхождением понятия непрерывности и всеми богатствами, заключающимися в этом понятии. Оно относится к категории тех определений, которые стали столь частыми в математике с тех пор, как стремятся «арифметизировать» эту науку. Эти определения, как мы сказали, безупречные с точки зрения математика, не могут удовлетворить философа. Они заменяют определяемый предмет и интуитивное понятие этого предмета конструкцией, сделанной из более простых материалов. Мы видим, что действительно из этих материалов можно выполнить такую конструкцию, но в то же время видно, что из них можно было бы сделать и множество других конструкций. Из самой конструкции непонятно, в силу каких глубоких соображений собрали эти материалы именно таким, а не каким-нибудь иным образом. Я не хочу сказать, что эта «арифметизация» математики — плохая вещь, я утверждаю лишь, что она не составляет всего.

Я попытаюсь обосновать определение числа измерений на понятии сечения. Представим себе замкнутую кривую, т. е. непрерывность одного измерения. Если мы отметим на этой кривой две какие-нибудь точки, через которые мы запретим себе переступать, то кривая окажется разделенной на две части, и невозможно будет перейти из одной части в другую, оставаясь на кривой и не переходя через запретные точки. Возьмем, наоборот, замкнутую поверхность, образующую непрерывность двух измерений. Мы можем отметить на этой поверхности одну, две, любое число запретных точек, поверхность от этого не окажется разбитой на две части. Можно будет перейти от одной ее точки к другой, не встречая препятствий, так как всегда можно будет обойти запретные точки.

Но если мы проведем на нашей поверхности одну или несколько замкнутых кривых и если мы будем рассматривать их как сечения, которые нельзя переступать, то поверхность может быть рассечена на несколько частей

Перейдем теперь к случаю пространства. Его невозможно разделить на несколько частей, запрещая

переступать через отдельные точки или через отдельные линии: эти препятствия всегда можно обогнуть. Здесь следует запретить переступать через определенные поверхности, т. е. через сечения двух измерений. Вот почему мы говорим, что пространство имеет три измерения.

Мы теперь знаем, что такое непрерывность n измерений. Непрерывность имеет n измерений, когда ее можно разбить на несколько частей, произведя в ней одно или несколько сечений, которые сами являются непрерывностями $n - 1$ измерений. Таким образом, непрерывность n измерений определяется через непрерывность $n - 1$ измерений. Это — рекуррентное определение.

Что мне внушает доверие к этому определению и показывает, что именно таким образом вещи естественно представляются уму, это прежде всего то, что многие авторы элементарных учебников, не мудрствуя лукаво, поступают аналогичным образом в начале своих сочинений. Объемы они определяют как части пространства, поверхности — как границы объемов, линии — как границы поверхностей, точки — как границы линий. После этого они останавливаются, и аналогия очевидна. Лишь впоследствии в других частях *Analysis situs* мы встречаемся снова с понятием сечения, имеющим огромное значение. Все здесь основано на сечении. Что, например, по Риману, отличает тор от сферы? То, что на сфере нельзя провести замкнутую кривую, не рассекая эту поверхность на две части, в то время как существуют замкнутые кривые, которые не рассекают тор на две части; на нем нужно провести два замкнутых сечения, не имеющих общей точки, чтобы быть уверенным в том, что тор разделен.

Остается рассмотреть еще один вопрос. Непрерывности, о которых мы только что говорили, — это математические непрерывности; каждая из их точек абсолютно отлична от других и к тому же абсолютно неделима. Непрерывности же, которые даются нам непосредственно нашими чувствами и которые я назвал бы физическими непрерывностями, совсем иного рода. Законом этих непрерывностей служит закон Фехнера, который я освобожу от украшающего его пышного математического паряда и сведу к простой

формулировке лежащих в его основе экспериментальных данных. Взвешивая на руке, можно отличить вес в 10 граммов от веса в 12 граммов, но нельзя отличить вес в 11 граммов ни от веса в 10 граммов, ни от веса в 12 граммов. Возьмем более общий случай: могут быть две совокупности ощущений, которые мы отличаем друг от друга, но которые мы не можем отличить от некоторой третьей подобной же совокупности ощущений. В таком случае мы можем вообразить себе непрерывную цепь совокупностей ощущений такого рода, что каждая из них неотличима от следующей, хотя оба конца цепи легко отличимы. Это будет физическая непрерывность одного измерения. Мы можем также представить себе более сложные физические непрерывности. Элементами этих физических непрерывностей будут по-прежнему совокупности ощущений (но предпочитаю употреблять более простое слово «элемент»). Когда, в этом случае, вправе мы будем сказать, что система S подобных элементов представляет физическую непрерывность? Тогда, когда можно рассматривать два любых элемента ее как концы некоторой непрерывной цепи, подобной той, о которой я говорил, и все элементы которой принадлежат системе S . Это так же, как непрерывна поверхность, если можно соединить две ее любые точки непрерывной линией, не покидающей этой поверхности.

Можем ли мы распространить понятие сечения и на физические непрерывности и определить таким образом число их измерений? Разумеется, да. Положим, что мы сделали запретными некоторые из элементов S и все те элементы, которые нельзя от них отличить. Эти запретные элементы могут быть в конечном числе или образовывать в своей совокупности одну или несколько непрерывностей. Совокупность этих запретных элементов и составит сечение. Может случиться, что, произведя это сечение, мы разделим непрерывность S на несколько других непрерывностей так, что нельзя будет перейти непрерывным образом от одного какого-нибудь элемента S к другому какому-нибудь ее элементу по непрерывной цепи, притом таким образом, чтобы ни один элемент этой цепи не был неотличим от какого-нибудь элемента сечения.

Физическая непрерывность, которую можно разбить таким образом на несколько частей, сделав запретными конечное число элементов, будет иметь одно измерение. Физическая непрерывность будет иметь n измерений, если можно разбить ее, проведя сечения, представляющие собой в свою очередь физические непрерывности $n - 1$ измерений.

3. Пространство и чувство

Вопрос, кажется, решен. Нам остается, по-видимому, лишь применить это правило или к физической непрерывности, являющейся грубым изображением пространства, или же к соответствующей математической непрерывности, являющейся его очищенным изображением и вместе с тем представляющей собой пространство геометра. Но это иллюзия. Так можно было бы поступить в том случае, если бы физическая непрерывность, из которой мы извлекаем пространство, давалась нам непосредственно чувствами, но на самом деле это не так.

Действительно, посмотрим, как можно вывести физическую непрерывность из множества наших ощущений. Каждый элемент физической непрерывности является некоторой совокупностью ощущений, и проще всего рассматривать сначала совокупность одновременных ощущений — некоторое состояние сознания. Но каждое из наших состояний сознания — это нечто чрезвычайно сложное, так что вряд ли можно рассчитывать найти когда-нибудь два неразличимых состояния сознания; между тем, согласно предыдущему, для построения физической непрерывности весьма существенно, чтобы можно было в известных случаях рассматривать два ее элемента как неразличимые. Но никогда не случится так, чтобы мы могли сказать: «я не могу отличить моего теперешнего состояния души от ее состояния третьего дня в этот же самый час».

Следовательно, мы должны допустить непосредственное вмешательство разума и, отвлекаясь от различий двух состояний сознания, условиться рассматривать их как тождественные. Мы, например, можем, и это проще всего, отвлечься от данных некоторых чувств. Я говорил выше, что я не в состоянии отли-

чить вес в 10 граммов от веса в 11 граммов. Возможно, однако, что если я проводил когда-нибудь этот опыт, то ощущение давления, вызываемое весом в 10 граммов, сопровождалось различными обонятельными и слуховыми ощущениями, которые изменились, когда вес в 10 граммов был заменен весом в 11 граммов. Только отвлекаясь от этих посторонних ощущений, я и могу сказать, что эти два состояния сознания неразличимы.

Можно принять другие, более сложные соглашения; можно также принять за элементы нашей непрерывности не только совокупности одновременных ощущений, но и совокупности последовательных ощущений, последовательности ощущений. Затем придется установить основное соглашение и сказать, каковы общие признаки, которыми должны обладать два элемента непрерывности (безразлично, будут ли они двумя совокупностями одновременных или последовательных ощущений), чтобы их можно было рассматривать как тождественные.

Таким образом, чтобы определить физическую непрерывность, необходимо сделать двойной выбор: 1) надо выбрать совокупности одновременных или последовательных ощущений, которые могли бы служить элементами этой непрерывности; 2) надо выбрать основное соглашение, которое определило бы случаи, когда два таких элемента нужно рассматривать как тождественные.

Как следует произвести этот двойной выбор, чтобы получить пространство? Можем ли мы ограничиться рассмотрением совокупности одновременных ощущений или же необходимо рассматривать последовательности ощущений? Можем ли мы, в частности, довольствоваться наиболее простым и естественным основным соглашением, заключающимся в том, чтобы абстрагироваться от данных некоторых чувств? Нет.

Подобное абстрагирование невозможно. Мы не можем выбрать среди наших чувств такие, которые дадут нам все пространство и ничего больше. Нет такого чувства, которое могло бы дать нам пространство без содействия других чувств. Нет также ни одного чувства, которое бы не давало нам множества вещей, не имеющих никакого отношения к пространству.

Если, например, мы станем анализировать данные осязания в собственном смысле слова, то мы заметим следующее: опыт показывает нам, что если прикоснуться к коже двумя остриями, то сознание различает эти два укола только тогда, когда они достаточно удалены друг от друга, и перестает их различать, когда они очень сблизятся. Впрочем, то наименьшее расстояние, на котором их еще можно отличать друг от друга, зависит от части тела. Кожа, как обыкновенно говорят, разделена на участки, каждый из которых обладает одним чувствительным нервом. Если оба острия попадают на один и тот же участок, то возбуждается лишь один нерв, и мы воспринимаем только одно прикосновение; если же оба острия попадают в различные участки, то возбуждаются два нерва, и мы различаем два острия. Это объяснение не вполне удовлетворительно; таким путем мы не найдем признаков физической непрерывности. Предположим, что мы перемещаем оба острия, оставляя их на чрезвычайно малом, но постоянном расстоянии друг от друга. Так как расстояние очень мало, то есть вероятность того, что оба острия попадут на один и тот же участок, и мы будем ощущать только одно прикосновение. Но если мы станем их постепенно перемещать, то должен будет наступить момент, когда одно острие выйдет за пределы участка, в то время как другое еще останется в нем. В этот момент мы должны были бы почувствовать два прикосновения. В действительности этого не наблюдается. Следовательно, таким способом мы не получим представления о физической непрерывности, а лишь о дискретной совокупности, состоящей из стольких элементов, сколько имеется участков. Лучше предположить, что прикосновение острия возбуждает не только ближайший нерв, но и соседние нервы с силою, убывающей по мере увеличения расстояния. Допустим теперь, что сравниваются действия двух острий. Если расстояние между ними невелико, то ими возбуждаются те же самые нервы. Конечно, сила возбуждения одного и того же нерва одним острием и другим будет различной, но эта разница будет слишком ничтожной, чтобы ее можно было воспринять согласно общему правилу Фехнера. Если один нерв возбужден острием *A* и не возбужден острием *B*,

то возбуждение от острия А будет слишком мало, и раздражение окажется ниже «порога сознания». Действия обоих уколов будут, таким образом, неразличимы.

В этом случае мы имеем все, что необходимо для построения физической непрерывности. Для этого нам достаточно водить двумя остриями по поверхности кожи и отмечать те случаи, когда сознание их различает. Мы отвлекаемся (и это я назвал выше нашим основным соглашением) от множества обстоятельств, от силы возбуждения каждого из чувствующих нервов, от большего или меньшего давления, оказываемого на кожу остриями, от способа прикосновения. Все эти обстоятельства даются нам осязанием, но мы их исключаем и оставляем только те, которые имеют геометрический характер. Получаем ли мы таким способом пространство? Нет. Во-первых, построенная таким образом непрерывность имеет лишь два измерения, как и сама поверхность кожи. Затем мы отлично знаем, что наша кожа подвижна и что одна и та же точка кожи не соответствует всегда одной и той же точке пространства; расстояние между двумя точками нашей кожи изменяется, когда наше тело деформируется. Можно думать, что моллюски воспринимают пространство таким образом, но оно не имеет никакого отношения к нашему пространству.

То же самое имеем мы и в случае зрения. Два пучка света, попадающих в две точки сетчатки, дадут нам впечатление одного или двух световых пятен в зависимости от большего или меньшего расстояния между обеими точками. Мы имеем аналогию с только что рассмотренными прикосновениями острий, и мы можем воспользоваться этим для построения физической непрерывности, абстрагируясь от цвета и от силы света. Эта физическая непрерывность будет иметь два измерения, как и поверхность сетчатки. Третье измерение получают, вводя явление конвергенции глаз при бинокулярном зрении, и вот это-то и называют зрительным пространством. Оно совершеннее осязательного пространства, с одной стороны, потому, что при желании ему можно придать три измерения, а с другой стороны, потому, что если сетчатка и подвижна, то как твердое тело, между тем,

как кожа может изгибаться во всех направлениях. Здесь появляется искушение сказать, что это и есть то истинное пространство, в котором мы пытаемся локализовать все наши другие ощущения. Но это еще далеко не так. Вследствие подвижности глаза одной и той же точке сетчатки при одной и той же величине конвергенции глаз не всегда соответствует одна и та же точка пространства. Но это не все: непонятно, почему было введено третье измерение, столь отличное от двух других измерений, и почему пространство слепых тождественно с нашим пространством.

Если пожелаем скомбинировать зрительное пространство с осязательным, то получим 5 измерений вместо 3 или 2. Тогда необходимо объяснить, как эти 5 измерений сводятся к 3. Если же ввести в комбинации еще и другие чувства, то число измерений возрастет еще больше.

Словом, остается объяснить, почему зрительное и осязательное пространства представляют собой одно и то же пространство.

4. Пространство и движения

По-видимому, нельзя построить пространство, рассматривая совокупности одновременных ощущений, и нужно рассмотреть последовательности ощущений. Необходимо вернуться к тому, что мною уже было сказано. Почему некоторые изменения представляются нам как изменения положения, в то время как другие изменения представляются изменениями состояния, не имеющими геометрического характера? Чтобы понять это, мы должны сначала различать изменения внешние, не произвольные и не сопровождаемые мускульными ощущениями, и внутренние изменения, которые являются движениями нашего тела и которые мы отличаем от других потому, что они произвольны и сопровождаются мускульными ощущениями. Внешнее изменение всегда может быть исправлено внутренним изменением, например, когда мы следим глазами за движущимся предметом и таким образом приводим всегда его изображение на одно и то же место сетчатки. Внешнее изменение, которое может быть исправлено подобным образом, представляет собой изменение положения; если оно

недоступно такому исправлению, то это есть изменение состояния.

Два внешних изменения, которые с качественной точки зрения совершенно различны, считаются соответствующими одному и тому же изменению положения, если они могут быть исправлены одним и тем же внутренним изменением. Точно так же два внутренних изменения могут состоять из последовательных рядов совершенно различных мускульных ощущений и в то же время соответствовать одному и тому же изменению положения, если они могут исправить одно и то же внешнее изменение. Это то, что на нашем обычном языке мы выражаем словами: «из одной точки в другую можно прийти многими путями». Что в этом случае важно, так это те движения, которые необходимо произвести, чтобы достичь определенного объекта, причем сознание этих движений есть для нас не что иное, как совокупность сопутствующих им мускульных ощущений.

Теперь положим, что некоторый предмет касается одного из моих пальцев, например указательного пальца правой руки. Этот факт вызывает у меня осязательное ощущение T . Но в то же время я получаю от этого предмета и зрительное ощущение V . Предмет удаляется, ощущение T исчезает, ощущение V заменяется новым зрительным ощущением V' . Это — внешнее изменение. Я хочу исправить отчасти это внешнее изменение, восстановив ощущение T , т. е. хочу привести мой указательный палец в соприкосновение с предметом. Для этого я должен выполнить определенные движения, которые выражаются для меня некоторой последовательностью мускульных ощущений S . Я это знаю, так как многочисленные опыты, произведенные частью мною самим, частью — моими предками, научили меня, что если ощущение T пропадает, а зрительное ощущение переходит из V в V' , то можно восстановить ощущение T движениями, соответствующими последовательному ряду S . Я знаю также, что мог бы получить тот же самый результат с помощью других движений, выражающихся для меня уже не последовательностью S , но другими последовательностями S' и S'' .

Все эти последовательные ряды мускульных ощущений S , S' , S'' , ... не имеют, может быть, ни одного

общего элемента. Я сближаю их между собой потому, что и те и другие позволяют мне восстановить ощущение T всякий раз, как ощущение V изменилось на V' . На нашем обычном языке, будучи знакомы с геометрией, мы скажем, что у различных последовательных рядов движений, соответствующих последовательным рядам мускульных ощущений S, S', S'' , общим будет то, что у всех у них начальное и конечное положения моего указательного пальца одинаковы. Во всем остальном могут быть различия.

Таким образом, я поневоле перестаю различать эти различные последовательности S, S', S'' и начинаю рассматривать их как нечто одно. Точно таким же образом я перестаю различать последовательности мускульных ощущений, слишком мало от них отличающиеся. В таком случае у меня есть из чего строить физическую непрерывность. Действительно, я нашел элементы непрерывности, которые являются последовательностями мускульных ощущений, и я обладаю «основным соглашением», которое указывает мне, в каких случаях я должен считать два таких элемента тождественными. Именно эта непрерывность и обладает тремя измерениями.

Но это не все. Выше мы описали некоторую непрерывность, которая является настоящим пространством. Это — пространство, описанное одним из моих пальцев. Но у меня несколько пальцев (а с интересующей нас точки зрения любая точка моей кожи могла бы служить таким пальцем). Опишут ли мои различные пальцы одно и то же пространство? Конечно, да, но что, собственно, это значит? Это предполагает определенную совокупность свойств, которую было бы нелегко выразить на обычном языке, но я надеюсь ее объяснить, если мне позволят прибегнуть к некоторым символам. Я рассматриваю два пальца, которые я назову α и β . Пусть пальцем α будет, например, указательный палец правой руки, которым мы воспользовались для определения последовательностей S, S', S'', \dots . Мы запишем это так:

$$S \equiv S' \pmod{\alpha}.$$

Это означает, что если движения, соответствующие S , восстанавливают осязательное ощущение пальца α , то то же самое действие окажут и движе-

ния, соответствующие S' , и наоборот. Аналогичным образом я напишу:

$$S_1 = S'_1 \pmod{\beta},$$

чтобы выразить этим, что если движения, соответствующие S_1 , восстанавливают осязательное ощущение пальца β , то то же самое произведут и движения, соответствующие S'_1 .

Теперь я предположу, что существуют две особенные последовательности мускульных ощущений s и s_1 , определяемые следующим образом: я предполагаю, что палец β испытывает осязательное ощущение от прикосновения к некоторому предмету; произведем движения, соответствующие s , это ощущение исчезнет, но в конце концов ощущение от прикосновения испытает палец α . Я знаю по опыту, что это будет иметь место всякий раз, когда перед тем, как произошли эти движения, палец β испытывал прикосновение, или по крайней мере почти всякий раз (я говорю «почти», ибо для удаи опыта необходимо, чтобы за время между двумя прикосновениями предмет не сдвинулся с места). На нашем обычном языке (который был бы понятнее для нас, но который я не смею употреблять, так как говорю о существах, не знающих еще геометрии) мы бы сказали, что движения, соответствующие s , привели палец α на место, занятое первоначально пальцем β . В случае s_1 , наоборот, соответствующие движения приводят палец β на место, первоначально занимаемое пальцем α . Если две эти последовательности s и s_1 существуют, то соотношение

$$S \equiv S' \pmod{\alpha}$$

будет иметь следствием соотношение

$$s + S + s_1 \equiv s + S' + s_1 \pmod{\beta}.$$

В этом легко убедиться непосредственно, вспомнив смысл этих символов. Отсюда можно вывести без труда, что два пространства, образованные α и β , изоморфны и, в частности, они имеют одно и то же число измерений.

Дело обстоит бы иначе, если бы последовательности s и s_1 не существовали. Действительно, допустим, что невозможно найти такую последователь-

ность движений, при которой на смену ощущения прикосновения пальца β к некоторому предмету появлялось бы ощущение прикосновения пальца α к тому же предмету. Как бы мы стали рассуждать в этом случае? Мы сказали бы, что палец β ощущает предмет, не находясь с ним в одной и той же точке пространства, что он его ощущает на расстоянии. Если бы это было не так, то всякий раз, когда палец β ощущал бы предмет, последний должен был бы находиться в одной и той же с ним точке A пространства. В таком случае должна была бы существовать последовательность движений, приводящих палец α в точку A . И так как предмет находится в точке A , то палец α должен был бы ощущать предмет, и это должно было бы происходить всегда. Итак, предполагая, что нет последовательности движений, обладающей этим свойством, приходится допустить, что палец ощущает предмет на расстоянии, т. е. что ощущения, испытываемого этим пальцем, недостаточно для определения положения предмета в пространстве, т. е., наконец, что пространство должно обладать большим числом измерений, чем физическая непрерывность, полученная с помощью пальца β указанным нами способом.

Я предположу, например, что пространство имеет четыре измерения, и обозначу буквами x , y , z , t четыре координаты. Я предположу, что палец β ощущает прикосновение предмета всякий раз, когда три координаты x , y и z одни и те же для пальца и предмета, каково бы ни было значение четвертой координаты; с другой же стороны, я предположу, что палец α ощущает прикосновение предмета всякий раз, когда три координаты x , y , t одни и те же для предмета и для пальца, какова бы ни была при этом координата z . Воспользуемся теперь нашими правилами для построения физической непрерывности, образованной с помощью β . Так как координата t не играет никакой роли, то мы найдем у этой непрерывности лишь три измерения, соответствующие трем координатам x , y , z . Точно так же физическая непрерывность, полученная с помощью α , будет иметь три измерения, соответствующие координатам x , y и t . Но мы не сможем пайти такой последовательности движений, соответствующей последовательности мускуль-

ных ощущений s , которая бы заменяла ощущение прикосновения α ощущением прикосновения β .

Действительно, пусть x_1, y_1, z_1, t_1 будут координаты предмета, x_0, y_0, z_0, t_0 — координаты пальца β до движения, x'_0, y'_0, z'_0, t'_0 — координаты пальца α после движения. Мы выразим, что палец β ощущает прикосновение до движения, написав

$$x_0 = x_1, \quad y_0 = y_1, \quad z_0 = z_1. \quad (1)$$

Мы выразим, что α ощущает прикосновение после движения, написав

$$x'_0 = x_1, \quad y'_0 = y_1, \quad t'_0 = t_1. \quad (2)$$

Для того чтобы существовало s , необходимо, чтобы мы могли выбрать $x_0, y_0, z_0, t_0, x'_0, y'_0, z'_0, t'_0$ такими, чтобы соотношения (1) влекли за собой соотношения (2), каковы бы ни были x_1, y_1, z_1, t_1 . Ясно, что это невозможно. Именно невозможность образовать s и показывает нам в подобном случае, что пространство будет иметь 4 измерения, а не 3, как физическая непрерывность, образованная с помощью β .

Мы, впрочем, и наблюдаем нечто подобное, когда привлекаем к рассмотрению чувство зрения. Рассмотрим какую-нибудь точку сетчатки. Мы можем заставить ее играть ту же роль, что и наши пальцы α и β . Мы можем рассмотреть последовательность движений, необходимых для того, чтобы привести изображение какого-нибудь предмета в эту точку γ сетчатки, или же последовательность соответствующих мускульных ощущений S . Мы можем воспользоваться этой последовательностью, для того чтобы определить физическую непрерывность, аналогичную той, которая была получена с помощью α или β . Эта непрерывность будет иметь только два измерения. Но мы не можем построить последовательности, аналогичной s , т. е. последовательности движений, которые наверняка вызовут вслед за зрительным ощущением в точке γ осязательное ощущение пальца α . Иными словами, недостаточно констатировать, что зрительное изображение предмета дается в γ , чтобы иметь возможность определить движения, необходимые для того, чтобы привести наш палец в соприкосновение с этим предметом. Нам недостает одного данного —

расстояния до предмета. Вот почему мы говорим, что видение происходит на расстоянии и что пространство имеет три измерения, т. е. на одно больше, чем непрерывность, образованная с помощью β .

В этом кратком изложении мы показали, каковы те экспериментальные факты, которые заставляют нас приписывать пространству три измерения. Ввиду этих фактов нам было удобнее приписать ему три измерения, а не четыре или два. Но слово «удобный», пожалуй, в данном случае недостаточно сильно. Существо, которое приписало бы пространству два или четыре измерения, оказалось бы в мире, подобном нашему, менее приспособленным к борьбе за существование. Что это значит в действительности? Я позволю себе вернуться к моим символам, например к соотношениям

$$S \equiv S' \pmod{\alpha},$$

смысл которых я объяснил выше. Приписать пространству два измерения — это значило бы допустить такие соотношения, которых мы, люди, не допускаем. В этом случае пришлось бы предположить возможность заменить движения S , достигающие цели, движениями S' , которые цели не достигают. Приписать же пространству четыре измерения значило бы, наоборот, отбросить такие соотношения, которые мы, люди, допускаем. В этом случае пришлось бы отказаться от возможности заменить движения S другими движениями S' , точно так же достигающими цели, которые могли бы при известных обстоятельствах представить некоторые особые удобства.

5. Пространство и природа

Но вопрос может быть поставлен и с совершенно иной точки зрения. Мы до сих пор рассматривали его с чисто субъективной, чисто психологической или, если угодно, физиологической стороны. Мы рассматривали лишь отношения между пространством и нашими чувствами. Можно было бы, наоборот, встать на точку зрения физики и спросить себя: нельзя ли локализовать явления природы в пространстве, отличном от нашего, например в пространстве двух или четырех измерений? Физические законы вы-

ражаются дифференциальными уравнениями, а в этих уравнениях фигурируют три координаты материальных точек. Разве невозможно выразить эти же самые законы другими уравнениями, в которых на этот раз фигурировали бы другие материальные точки, имеющие четыре координаты? Или, может быть, это и возможно, но полученные таким образом уравнения не оказываются ли менее простыми? Или, наконец, если эти уравнения столь же просты, как и наши обычные уравнения, то не отбрасываем ли мы их только потому, что они нарушают наши умственные привычки?

Что, собственно, хотим мы сказать, говоря о выражении тех же самых законов другими уравнениями? Предположим, что перед нами два мира M и M' . Мы можем установить между явлениями, которые происходят в этих мирах или которые могли бы в них происходить, такого рода соответствие, что всякому явлению Φ первого мира будет соответствовать вполне определенное явление Φ' второго мира, которое было бы, так сказать, его изображением. Если теперь я предположу, что необходимым следствием явления Φ в силу законов, управляющих миром M , оказывается определенное явление Φ_1 , а необходимым следствием явления Φ' , изображения Φ , в силу законов, управляющих миром M' , будет Φ'_1 , точное изображение явления Φ_1 , то мы сможем сказать, что оба мира подчиняются одним и тем же законам. Нас мало интересует качественная природа явлений Φ и Φ' , нам достаточно лишь, чтобы был возможен «параллелизм».

Действительно, эта качественная природа явлений затрагивает лишь наши чувства, а мы условились встать на внепсихологическую точку зрения, следовательно, условились абстрагироваться от данных наших чувств и обращать внимание только на взаимоотношения явлений. Так именно и поступает физик, когда он, например, заменяет газы, данные нам в опыте и вызывающие у нас ощущения давления и теплоты, газами кинетической теории, являющимися просто движущимися материальными точками, или когда он заменяет свет, получаемый в опыте и вызывающий у нас цветовые ощущения, колебаниями эфирной среды.

Достаточно рассмотреть какой-нибудь простой случай, например астрономические явления и закон Ньютона. Мы наблюдаем не координаты небесных светил, а только их взаимные расстояния. Поэтому естественным выражением законов их движения будут дифференциальные уравнения, связывающие эти расстояния со временем. Но расстояние между двумя точками в пространстве представляет собой известную простую функцию координат этих двух точек. Преобразуем наши дифференциальные уравнения, подставив в них эту функцию вместо всех расстояний. Мы получим тогда эти уравнения в их обычной форме, где фигурируют сами координаты светил.

Но мы могли бы заменить эти расстояния другими функциями и получили бы тогда другие формы этих уравнений. Все эти формы были бы одинаково правомерны с интересующей нас точки зрения, так как в них соблюден «параллелизм» между явлениями. Представим себе звезды расположенными в четырехмерном пространстве, так что положение каждой из них определяется уже не тремя, а четырьмя координатами. Заменяем далее в наших уравнениях величину, представляющую для нас до сих пор расстояние между двумя светилами, какой-нибудь функцией восьми координат этих двух светил. Нет никакой необходимости, чтобы эта функция была той самой, которая представляет расстояние между двумя точками в четырехмерном пространстве; она может быть совершенно произвольной, так как это нисколько не нарушает «параллелизма».

Мы получим, таким образом, некоторую форму наших уравнений, в которых будут фигурировать координаты светил в четырехмерном пространстве. Это будет новое выражение астрономических законов, основанное на гипотезе четырехмерного пространства, и выражение это будет вполне правомерно, потому что условие «параллелизма» соблюдено. Ясно только, что полученные таким образом уравнения будут гораздо менее простыми, чем наши обычные уравнения.

То же самое, без сомнения, будет и с другими законами физики. Нет ли какого-нибудь общего основания тому факту, что во всех разделах физики гипотеза трех измерений дает уравнениям наипростей-

шую форму? И имеет ли это основание что-нибудь общее с развитыми выше соображениями, в силу которых живые существа вынуждены верить в три измерения или поступать так, как если бы они верили в это под угрозой ослабления в борьбе за существование?

Здесь необходимо небольшое отступление. Вернемся на минуту к нашему старому обычному пространству. Мы говорим, что оно относительно, и это значит, что законы физики одни и те же во всех частях этого пространства или, на математическом языке, что дифференциальные уравнения, выражающие эти законы, не зависят от выбора осей координат.

Если рассматривать совершенно изолированную систему, то это не имеет никакого смысла: ведь наблюдать координаты точек этой системы невозможно, можно наблюдать только их взаимные расстояния. Наблюдение не может сообщить нам о том, зависят ли свойства этой системы от ее абсолютного положения в пространстве, так как это положение недоступно наблюдению.

Если же система не изолирована, то опять-таки, если мы станем рассуждать вполне строго, то окажемся в затруднении, потому что невозможно станет выражать законы, управляющие этой системой, не считаясь с действием внешних тел. Но существуют системы, почти изолированные, окруженные телами, достаточно близкими, чтобы их можно было видеть, но достаточно удаленными, чтобы действием их можно было пренебречь. Именно это и имеем мы в случае Земли и звезд. Мы можем тогда выражать законы нашего земного мира так, как если бы звезды не существовали, и в то же время относить этот мир к системе координатных осей, вполне определенной и неизменно связанной с этими звездами. Опыт показывает, что выбор этих осей не играет никакой роли и что уравнения не изменятся, если произвести замену осей. Совокупность возможных изменений осей образует, как известно, группу шести измерений.

Откажемся теперь от нашего обычного пространства, заменим наши уравнения другими, эквивалентными им в том смысле, что будет соблюден «параллелизм» явлений. Всякий раз, когда мы будем иметь

дело с почти изолированной системой, обнаружится некоторый общий факт, именно существование определенного свойства инвариантности. Обнаружится определенная группа преобразований, которые не изменяют уравнений; эти преобразования уже не будут означать изменения осей координат, их смысл может быть любым, но группа, образованная этими преобразованиями, должна оставаться всегда изоморфной группе шести измерений, о которой мы говорили выше, ибо в противном случае не было бы параллелизма.

Так как эта группа играет во всех случаях важную роль, так как она изоморфна группе преобразования координат в обычном пространстве, так как она вследствие этого тесно связана с нашим трехмерным пространством, то в силу всего этого наши уравнения получают наипростейшую форму, когда эту группу выдвинут самым естественным образом, т. е. введя пространство трех измерений.

И так как эта группа сама изоморфна группе перемещений каждого из наших членов, рассматриваемых как твердое тело, так как свойство твердых тел двигаться, подчиняясь законам группы, есть в конечном счете лишь частный случай свойства инвариантности, на котором я остановил свое внимание, то, как мы видим, нет существенного различия между физическим основанием, побуждающим нас приписывать пространству три измерения, и психологическими основаниями, развитыми в первых параграфах этой главы.

6. Analysis situs и интуиция

Я хотел бы добавить еще одно замечание, которое лишь косвенным образом связано со всем предыдущим. Мы видели выше, сколь велико значение Analysis situs, и я объяснил, что именно он представляет настоящую область геометрической интуиции. Но существует ли эта интуиция? Я напомним, что были сделаны попытки обойтись без нее и что Гильберт пытался основать геометрию, которую назвали рациональной, так как она свободна от всякого обращения к интуиции. Она основана на определенном числе аксиом или постулатов, которые рассматриваются не

как интуитивные истины, но как неявные определения. Эти аксиомы разбиты на пять групп. Относительно четырех из этих групп я имел уже случай сказать, в какой мере законно принимать их лишь за неявные определения.

Я хотел бы остановиться здесь на одной из этих групп, на второй группе «аксиом порядка». Чтобы было понятно, в чем здесь дело, я приведу одну из этих аксиом. Если на какой-нибудь линии точка C находится между A и B , а точка D — между A и C , то точка D будет находиться между A и B . Для Гильберта это вовсе не интуитивная истина. Мы условно соглашаемся говорить, что в известных случаях C находится между A и B , но мы не знаем, что это значит, точно так же, как мы не знаем, что такое точка или линия. На основе нашего соглашения мы сможем употреблять это слово «между», чтобы выразить некоторое отношение между тремя точками, лишь бы только это отношение удовлетворяло аксиомам порядка. Таким образом, эти аксиомы являются для нас как бы определением слова «между».

В таком случае можно пользоваться этими аксиомами, доказав предварительно, что они не противоречат друг другу, и можно будет, основываясь на них, построить геометрию, в которой не будет необходимости в фигурах и которую сможет понять человек, не имеющий ни зрения, ни осязания, ни мускульных ощущений и представляющий лишь один чистый интеллект.

Да, человек этот, может быть, понял бы ее в том смысле, что увидел бы, как положения этой геометрии логически вытекают одно из другого, но совокупность этих положений показалась бы ему искусственной и странной, и он не понял бы, почему предпочли именно ее множеству других возможных совокупностей.

Если мы не испытываем такого же удивления, то это потому, что аксиомы эти не являются для нас в действительности простыми определениями или произвольными соглашениями, но соглашениями рациональными, целесообразными. Что касается аксиом других групп, то я считаю их целесообразными в том смысле, что именно они лучше всего соглашутся с некоторыми привычными нам опытными

фактами, а поэтому они и оказываются для нас наиболее удобными. Что же касается аксиом порядка, то мне кажется, что в них скрывается нечто большее, что это настоящие интуитивные истины, относящиеся к *Analysis situs*. Тот факт, что точка *C* расположена между двумя другими точками какой-нибудь линии, связан с фактом рассечения непрерывности одного измерения с помощью сечений, образованных из запрещенных точек.

Но тогда возникает вопрос: истины типа аксиом порядка даны нам интуицией, но идет ли здесь речь об интуиции пространства или же об интуиции математической или физической непрерывности вообще? В пользу первого решения говорит то, что мы легко рассуждаем о пространстве и с гораздо большим трудом рассуждаем о более сложных непрерывностях, непрерывностях более чем трех измерений, которые нельзя представить в пространстве. Если бы это первое решение было принято, то все наши рассуждения оказались бы излишними. Мы бы приписывали пространству три измерения просто потому, что непрерывность трех измерений была бы единственной ясной интуицией, которую бы мы имели.

Но ведь существует *Analysis situs* более чем трех измерений. Я не скажу, что это — легкая наука. Я посвятил ей достаточно много усилий, чтобы убедиться во встречающихся здесь трудностях. Но во всяком случае эта наука возможна, и она не опирается исключительно на анализ; ею невозможно успешно заниматься без постоянных обращений к интуиции. Следовательно, существует интуиция непрерывностей более чем трех измерений, и если она требует более напряженного внимания, чем обыкновенная геометрическая интуиция, то это, без сомнения, дело привычки и результат быстро возрастающего усложнения свойств непрерывностей по мере увеличения числа измерений. Разве мы не встречаем в школах учеников, которые сильны в планиметрии и «не видят в пространстве»? Это не значит, что им не хватает интуиции трехмерного пространства, это значит лишь, что они не привыкли ею пользоваться и что для этого им необходимо некоторое усилие. Кроме того, разве не случается со всеми нами, что, желая представить себе какую-нибудь фигуру в пространстве,

мы представляем себе различные проекции этой фигуры?

В заключение я скажу, что все мы обладаем интуицией непрерывности любого числа измерений, ибо мы имеем способность построить физическую и математическую непрерывности, что эта способность существует в нас до всякого опыта, потому что без нее опыт в собственном смысле слова был бы невозможен и сводился бы к непосредственным ощущениям, не поддающимся никакой организации, что эта интуиция есть лишь сознание того, что мы обладаем такой способностью. Однако способность эта могла бы развиваться в различных направлениях; она могла бы позволить нам построить пространство четырех измерений точно таким же образом, как и пространство трех измерений. Только внешний мир, только опыт побуждают нас развивать эту способность именно в одном, а не в другом направлении.

Глава IV

ЛОГИКА БЕСКОНЕЧНОСТИ

1. Чем должна быть классификация

Могут ли обычные правила логики применяться без изменения в тех случаях, когда рассматриваются совокупности, содержащие бесконечное число предметов? Раньше этот вопрос не возникал, но им пришлось заняться, когда математики, сделавшие своей специальностью изучение бесконечности, неожиданно натолкнулись на некоторые противоречия, быть может, и кажущиеся. Происходят ли эти противоречия от того, что были неверно применены правила логики, или же от того, что эти правила перестают быть правомерными вне их собственной области, т. е. области совокупностей, составленных только из конечного числа объектов? Мне кажется, что будет не лишним сказать здесь по этому поводу несколько слов и дать читателю понятие о тех спорах, к которым привел этот вопрос.

Формальная логика есть не что иное, как учение о свойствах, общих для всякой классификации. Она

учит нас, что два солдата, числящихся в одном полку, тем самым принадлежат к одной и той же бригаде, а следовательно, и к одной и той же дивизии; к этому-то и сводится вся теория силлогизмов. Каково же условие, при котором правила этой логики имеют силу? Для этого необходимо, чтобы принятая классификация была неизменной. Мы знаем, что два солдата служат в одном полку, и отсюда заключаем, что они принадлежат к одной и той же бригаде. Мы имеем на это право, так как полагаем, что за то время, пока мы рассуждаем, ни один солдат не был переведен из одного полка в другой.

Отмеченные выше недоразумения произошли из-за того, что забыли это простое условие и опирались на классификацию, которая не могла быть таковой. Ее постарались объявить неизменной, но этого недостаточно; необходимо было сделать ее действительно неизменной, а существуют случаи, когда это невозможно.

Позвольте мне заимствовать пример у Рассела. Кстати, он использовал его против меня. Он хотел показать, что трудности возникают не от введения актуальной бесконечности, так как они могут появиться даже при рассмотрении только конечных чисел. Я впоследствии вернусь к этому пункту, в данный момент речь идет не об этом, и я выбрал этот пример, поскольку он интересен и хорошо поясняет отмеченный мною факт.

Каково наименьшее целое число, которое не может быть определено фразой, состоящей менее чем из ста французских слов? И существует ли такое число?

Да, так как с помощью ста французских слов можно построить только конечное число фраз, а число слов в словаре французского языка конечно. Среди этих фраз будут и такие, которые не имеют никакого смысла и не определяют никакого целого числа. Но каждая из них может определить не больше одного целого числа. Количество целых чисел, которые могут быть таким образом определены, очевидно, конечно; следовательно, наверняка найдутся целые числа, которые не могут быть определены, и среди этих чисел найдется одно, которое будет меньше всех остальных.

Нет, так как если бы это целое число существовало, то его существование являлось бы противоречием, поскольку оно определялось бы фразой, состоящей менее чем из ста французских слов, т. е. той самой фразой, которая утверждает, что этого не может быть ¹⁾.

Это рассуждение основано на классификации целых чисел на две категории: таких, которые могут быть определены фразой, состоящей менее чем из ста французских слов, и таких, которые не могут быть ею определены. Ставя вопрос, мы неявно объявляем эту классификацию неизменной, и должны рассуждать уже после того, как окончательно это установили. Но это невозможно. Классификация не может быть окончательной ранее того, как мы пересмотрим все фразы менее чем из ста слов, отбросим те из них, которые лишены смысла, и установим смысл тех, которые его имеют. Но среди этих фраз есть и такие, которые не могут иметь смысла до того, как классификация будет установлена; такими являются те фразы, в которых речь идет о самой классификации. Итак, классификация чисел может быть установлена только после окончания разбора фраз, а этот разбор может быть закончен только после установления классификации. Таким образом, ни классификация, ни выбор фраз не могут быть никогда прекращены. Эти затруднения начинают встречаться особенно часто, как только дело касается бесконечных совокупностей. Положим, хотят классифицировать элементы подобной совокупности, и положим, что принцип этой классификации основывается на некоторой зависимости между классифицируемыми элементами и всем их собранием в целом. Может ли подобная классификация считаться когда-либо оконченной? Актуальной бесконечности нет, и когда мы говорим о бесконечной совокупности, этим мы хотим сказать, что она обладает тем свойством, что к ней без конца можно прибавлять новые элементы (подобно подписному листу, который никогда не будет закрыт в ожидании новых подписчиков). Но классифицирование никогда не может быть прекращено окончательно до тех пор, пока

¹⁾ Имеется в виду фраза, с помощью которой сформулирован сам вопрос. — *Примеч. ред.*

этот лист не будет закрыт. Всякий раз, как к этой совокупности прибавляют новые элементы, совокупность меняется; может измениться зависимость между этой совокупностью и уже классифицированными элементами, а так как по этой зависимости элементы распределялись в тот или иной ящик, то может случиться, что при изменении этой зависимости элементы уже не окажутся правильно распределенными, и их придется переместить из одних ящиков в другие. Пока могут быть еще введены новые элементы, следует опасаться того, что всю работу придется выполнять заново, а мы никогда не приходим к такому моменту, когда больше не будет новых элементов, которые нужно вводить в совокупность; следовательно, классификация никогда не будет окончена.

Отсюда вытекает различие между двумя видами классификаций, применимых к элементам бесконечных совокупностей: классификациями предикативными, которые не нарушаются введением новых элементов, и классификациями непредикативными, которые без конца изменяются под влиянием введения новых элементов.

Предположим, например, что распределяют целые числа на два семейства в зависимости от их величин. Можно убедиться в том, больше или меньше какое-то число чем 10, не рассматривая зависимостей этого числа от совокупности других целых чисел. Когда, предположим, определили 100 первых чисел, то будет известно, какие из них больше и какие меньше чем 10. Если затем введем 101 число или какое-либо из следующих чисел, то те из 100 предыдущих, которые были меньше 10, так и останутся меньшими 10; те, которые были больше, останутся большими; это — классификация предикативная.

Наоборот, положим, что хотят классифицировать точки пространства и отделяют те из них, которые могут быть определены конечным числом слов, от тех, которые не могут быть так определены. Среди возможных фраз будут такие, которые содержат указания на всю совокупность, т. е. на пространство или на его части. Когда мы введем новые точки в пространство, эти фразы изменят смысл и не будут уже определять ту же самую точку, или же вовсе потеряют всякий смысл, а то еще и приобретут такой

смысл, которого они раньше не имели. В таком случае точки, которые не поддавались определению, окажутся доступными для определения, а другие, которые были определены, перестанут быть таковыми. Они должны будут переместиться из одной категории в другую. Классификация не будет предикативной.

Существуют хорошие мыслители, которые считают, что единственными объектами, о которых можно рассуждать, являются такие объекты, которые могут быть определены конечным числом слов; с моей стороны тем более невежливо не считать их хорошими мыслителями, что скоро я сам буду отстаивать их взгляды. Можно считать, что предыдущий пример плохо выбран, но его легко изменить.

Чтобы классифицировать целые числа или точки пространства, я рассмотрю фразу, определяющую каждое целое число или каждую точку. Так как может случиться, что одно и то же число или одна и та же точка будут определены несколькими фразами, то я расположу эти фразы в алфавитном порядке и выберу из них первую. Далее, эта фраза может оканчиваться гласной или согласной, и этим критерием можно воспользоваться для классификации. Но эта классификация не будет предикативной; при введении новых целых чисел или новых точек фразы, не имевшие никакого смысла, приобретут его. Тогда в таблицу фраз, определяющих целое число или точку, необходимо будет вписать новые фразы, которые до сих пор были лишены смысла, но теперь получили его и определяют именно эту точку. Может случиться, что такая фраза окажется во главе алфавитного списка и будет оканчиваться гласной, тогда как старая фраза кончалась согласной. А тогда наше целое число или наша точка, которая только что находилась в одной категории, должна будет перейти в другую.

Если же, наоборот, мы распределим точки пространства по величине их координат, если мы условимся собрать вместе те из них, абсцисса которых меньше 10, то введение новых точек ничем не изменит классификацию; уже введенные точки, соответствовавшие этому условию, не перестанут ему соответствовать после введения новых. Классификация будет предикативной.

То, что мы говорили о классификациях, непосредственно применяется и к определениям. Всякое определение в действительности является классификацией. Оно отделяет предметы, удовлетворяющие определению, от тех, которые ему не удовлетворяют, и разбивает их на два различных класса. Если оно действует, как говорили схоластики, *per propositum genus et differentiam specificam*¹⁾, то, очевидно, оно основано на делении рода на виды. Определение, как и всякая классификация, следовательно, может быть или не быть предикативным.

Но здесь возникает затруднение. Вернемся к предыдущему примеру. Целые числа принадлежат к классу *A* или к классу *B* в зависимости от того, больше они или меньше чем 10,5. Я определил некоторые целые числа α , β , γ , ... и распределил их между двумя классами *A* и *B*. Я определяю и ввожу новые целые числа. Я сказал, что распределение не изменится и, следовательно, что классификация будет предикативной. Но чтобы положение числа α в классификации не изменялось, недостаточно неизменности порядка классификации; необходимо еще, чтобы число α осталось тем же, т. е. чтобы его определение было предикативным. Поэтому не следует говорить, что классификация является абсолютно предикативной относительно некоторого способа определения.

2. Кардинальное число

Не следует забывать предыдущих рассуждений при определении кардинального числа. Если мы рассматриваем две совокупности, то можем попытаться найти такой закон соответствия, что всякому объекту первой совокупности будет соответствовать объект второй совокупности и притом только один, и наоборот. Если это возможно, то говорят, что обе совокупности имеют одинаковое кардинальное число.

Но здесь предполагается также, что этот закон соответствия предикативный. Если имеют дело с двумя бесконечными совокупностями, то никогда нельзя будет считать эти две совокупности исчерпанными.

¹⁾ Через ближайший род и видовое отличие (лат.). — Примеч. ред.

Предположим, что мы взяли в первой совокупности определенное число объектов; закон соответствия позволит нам определить соответствующие объекты второй. Если мы затем введем новые объекты, то может случиться, что введение изменит смысл закона соответствия таким образом, что объект A' второй совокупности, который до этого введения соответствовал объекту A первой совокупности, не будет больше ему соответствовать. В этом случае закон соответствия не будет предикативным.

Мы поясним это на двух примерах противоположного смысла. Я рассматриваю совокупность целых чисел и совокупность четных чисел. Каждому целому n я могу привести в соответствие четное число $2n$. Когда я ввожу новые целые числа, всегда $2n$ будет соответствовать n . Закон соответствия предикативный, и так обстоит дело во всех случаях, которые представляет Кантор, когда, например, доказывает, что кардинальное число рациональных чисел равно кардинальному числу целых чисел или кардинальное число точек в пространстве равно кардинальному числу точек прямой.

Предположим, наоборот, что сравнивают совокупность целых чисел с совокупностью точек пространства, которые могут быть определены конечным числом слов, и предположим, что я устанавливаю между ними следующее соответствие: я составляю таблицу всех возможных фраз, располагаю их по числу, помещая в алфавитном порядке те, которые имеют одинаковое число слов. Затем зачеркиваю в ней те фразы, которые не имеют никакого смысла, которые не определяют никакой точки, и те, которые определяют точку, уже определенную одной из предыдущих фраз. Каждой точке я привожу в соответствие ту фразу, которая ее определяет, и номер, под которым находится эта фраза в образованной таким образом таблице.

Когда я введу новые точки, то может случиться, что фразы, которые раньше были лишены смысла, приобретут его; их придется тогда восстановить в таблице, из которой их вычеркнули; и номера всех остальных фраз окажутся измененными. Наши соответствия окажутся совершенно измененными; наш закон соответствия не является предикативным.

Если не обращать внимания на это условие при сравнении кардинальных чисел, то можно прийти к замечательным парадоксам. Следовательно, необходимо изменить определение кардинальных чисел замечанием, что закон соответствия, на котором основано это определение, должен быть предикативным.

Всякий закон соответствия основывается на двойной классификации. Необходимо классифицировать объекты двух совокупностей, которые собираются сравнивать, и обе классификации должны быть параллельными. Если, например, объекты первой совокупности распределяются по классам, которые в свою очередь подразделяются на разряды, а эти — на семейства и т. д., то то же самое должно быть сделано и с объектами второй совокупности. Каждому классу первой классификации должен соответствовать класс второй классификации и притом только один, каждому разряду — разряд и т. д. до тех пор, пока не придем к отдельным индивидуумам. И тогда будет видно, каково должно быть условие, чтобы закон соответствия был предикативным. Необходимо, чтобы две классификации, на которых основан этот закон, сами были предикативными.

3. Мемуар Рассела

Рассел опубликовал в *American Journal of Mathematics*, том XXX, под названием «Математическая логика, основанная на теории типов» мемуар, где он основывается на рассуждениях, вполне аналогичных предыдущим. Вспомнив несколько парадоксов, наиболее знаменитых у логиков, он ищет их происхождение и находит его вполне справедливо в некотором порочном кругу. Пришли к несуразностям потому, что рассматривали совокупности, содержащие объекты, в определение которых входит понятие самой совокупности. Пользовались непредикативным определением, смешали, говорит Рассел, слова *all* и *any*, что мы можем выразить по-французски словами *tous* (все) и *quelconque* (любой).

Таким образом, он приходит к необходимости рассмотреть то, что он называет иерархией типов. Допустим, что некоторое положение справедливо для некоторого индивида определенного класса. Под

некоторым индивидом мы должны сначала понимать все индивиды этого класса, которые можно определить, не пользуясь указанным положением. Я их называю некоторыми индивидами 1-го порядка. Когда я буду утверждать, что положение применимо для всех этих индивидов, я буду этим определять положение 1-го порядка. Некоторый индивид 2-го порядка в этом случае будет такой индивид, в определении которого может войти упоминание этого положения 1-го порядка. Если я считаю положение верным относительно всех индивидов 2-го порядка, то получу положение 2-го порядка. Индивидами 3-го порядка будут те, в определении которых может входить упоминание об этом положении 2-го порядка, и т. д.

Возьмем пример Эпименида. Лжецом 1-го порядка будет тот, который лжет всегда, за исключением случая, когда он говорит: «я лжец 1-го порядка». Лжецом 2-го порядка будет тот, который лжет всегда, даже и тогда, когда говорит: «я лжец 1-го порядка», но который не лжет, говоря: «я лжец 2-го порядка», и т. д.

Таким образом, когда Эпименид скажет нам: «я лжец», мы можем его спросить: «какого порядка?» И только после того, как он ответит на этот законный вопрос, его утверждение будет иметь смысл.

Перейдем к более научному примеру и рассмотрим определение целого числа. Говорят, что свойство рекуррентно, если оно присуще нулю и если оно не может быть присущим n , не будучи присущим $n + 1$. Говорят, что все числа, обладающие рекуррентным свойством, образуют рекуррентный класс. В этом случае целое число по определению является числом, обладающим всеми рекуррентными свойствами, т. е. принадлежащим всем рекуррентным классам.

Можно ли из этого определения заключить, что сумма двух целых чисел является целым числом? Казалось бы, что да, так как если n — данное целое число, то числа x такие, что $n + x$ — целое число, образует рекуррентный класс. Число x не было бы целым, если бы им не было $n + x$. Но определение рекуррентного класса, о котором мы только что говорили, не является предикативным, так как в это определение (которое говорит нам, что $n + x$

должно быть целым) входит понятие целого числа, которое предполагает упоминание о всех рекуррентных классах.

Возникает необходимость прибегнуть к следующему обходному приему: назовем рекуррентными классами 1-го порядка все те, которые можно определить, не упоминая о целом, и целыми 1-го порядка — числа, принадлежащие ко всем рекуррентным классам 1-го порядка; затем назовем рекуррентными классами 2-го порядка те, которые можно определить, пользуясь понятием о целых 1-го порядка, но не пользуясь понятием целых высшего порядка; назовем целыми 2-го порядка числа, принадлежащие ко всем рекуррентным классам 2-го порядка, и т. д. Тогда мы можем доказать не то, что сумма двух целых есть целое, а что сумма двух целых порядка k есть целое порядка $k - 1$.

Этих примеров, я думаю, достаточно, для того чтобы объяснить, что понимает Рассел под иерархией типов. Однако в таком случае возникают различные вопросы, на которых автор не остановился.

1. В этой иерархии без труда вводятся предложения 1-го, 2-го порядка и т. д. и вообще n -го порядка, где n — некоторое конечное целое число. Можно ли также рассматривать предложения порядка α , где α — порядковое трансфинитное число? Таким образом, Кёниг предложил теорию, которая не слишком отличается от теории Рассела. Он пользуется в ней специальным обозначением: объекты 1-го порядка обозначаются $A(NV)$, объекты 2-го порядка — $A(NV)^2$ и т. д., NV — инициалы выражения *ne varietur*¹⁾. Он без колебания вводит $A(NV)^\alpha$, где α трансфинитно, и при этом не определяет достаточно четко, что он под этим понимает.

2. Если ответят на первый вопрос «да», то необходимо будет объяснить, что понимают под объектом порядка ω , где ω — обыкновенная бесконечность, иными словами, первое трансфинитное порядковое число, или под объектами порядка α , где α — некоторое трансфинитное порядковое число.

3. Если же, напротив, отвечают «нет» на первый вопрос, то как можно будет обосновать на теории

¹⁾ Не изменяться (лат.). — *Примеч. ред.*

типов разницу между конечными и бесконечными числами, поскольку теория эта лишена смысла, если предположить, что это различие уже сделано.

4. Вообще, ответят ли на первый вопрос «да» или «нет», теория типов останется непонятной, если не предположить уже построенной теорию порядковых чисел. Каким же образом основать теорию порядковых чисел на теории типов?

4. Аксиома сводимости

Рассел вводит новую аксиому, которую называет *axiom of reducibility* (аксиома сводимости). Я предоставляю слово автору, так как не уверен в том, что правильно понял его мысль, «We assume, that every function is equivalent, for all its value to some predicative function of the same argument.»¹⁾ Но чтобы понять это утверждение, необходимо вернуться к определениям, данным в начале мемуара. Что такое функция и что такое предикативная функция? Если предложение присвоено данному объекту a , то это частное предложение; если его присваивают некоторому неопределенному предмету x , то это пропозициональная функция x . Предложение будет определенного порядка в иерархии типов, и этот порядок не будет одним и тем же, каково бы ни было x , так как он будет зависеть от порядка x . Функция будет называться предикативной, если она порядка $k + 1$, когда x порядка k .

После этих определений смысл аксиомы все еще не очень ясен, и несколько примеров не помешают. Рассел их не дал, и я колеблюсь давать их по собственному усмотрению, так как боюсь исказить его мысль, которую я возможно не совсем точно уловил. Но даже и не уловив ее, в одном не сомневаюсь, а именно в том, что речь идет о новой аксиоме. С помощью этой аксиомы надеются доказать принцип математической индукции; что это возможно, я менее всего хотел бы отрицать, поскольку подозреваю, что эта аксиома является лишь другой формой указанного принципа.

¹⁾ Мы предполагаем, что всякая функция эквивалентна для всех ее значений некоторой предикативной функции того же аргумента (англ.), — *Примеч. ред.*

В этом случае я не могу удержаться от того, чтобы не вспомнить всех тех, кто пытается доказать постулат Евклида, опираясь на одно из его следствий и считая это следствие очевидной истиной. Что они выиграли? Как бы ни была ясна эта истина, будет ли она более очевидной, чем сам постулат?

Итак, мы ничего не выигрываем в числе постулатов; выигрываем ли мы по крайней мере в их качестве? И что нового дает аксиома по отношению к принципу индукции?

1. Доступен ли он для более ясной и простой формулировки? Возможно, так как то, что дает Рассел, наверное, может быть усовершенствовано; но это мало вероятно.

2. Является ли аксиома сводимости более общей, чем принцип индукции, в том отношении, что ее нельзя доказать, исходя из этого принципа?

3. Или же, наоборот, аксиома является, по-видимому, менее общей, чем принцип, так что не сразу замечают, что последний содержится в ней, хотя в действительности дело обстоит так?

4. Применение этой аксиомы может быть более соответствует естественным склонностям нашего ума; можно ли его ¹⁾ оправдать психологически?

Я ограничиваюсь постановкой этих вопросов; мне недостает основ для их разрешения, так как я не мог даже достичь полного понимания смысла этой аксиомы. Но хотя я не могу, основываясь на чересчур общих указаниях Рассела, рассчитывать полностью постичь этот смысл, я позволю себе по крайней мере сделать несколько предположений. Вот, например, предложение — определение целого числа: конечное целое есть число, принадлежащее всем рекуррентным классам. Это предложение само по себе не имеет смысла; оно будет его иметь, как только определят порядок рекуррентных классов, о которых идет речь. Но, к счастью, получается следующее: всякое целое 2-го порядка *a fortiori* (тем более) является целым 1-го порядка, так как оно будет принадлежать ко всем рекуррентным классам двух первых порядков и, следовательно, ко всем рекуррентным классам 1-го

¹⁾ Имеется в виду принцип математической индукции. —
Примеч. ред.

порядка; точно так же всякое целое k -го порядка будет а fortiori целым $k - 1$ -го порядка. Таким образом, мы приходим к определению ряда все более и более ограниченных классов целых 1-го, 2-го, ... n -го порядков, каждый из которых содержится в предыдущем. Я назову целым порядка ω всякое число, принадлежащее сразу всем этим классам; и это определение целого порядка ω будет иметь смысл и может быть рассматриваемо как равнозначное первоначально предложенному определению целого числа, не имевшему смысла. Не в этом ли заключается правильное применение аксиомы сводимости, как ее понимает Рассел? Я предлагаю этот пример очень неуверенно.

Примем его пока что и вернемся к теореме относительно суммы целых. Мы выяснили, что сумма двух целых k -го порядка есть целое $k - 1$ -го порядка, и мы хотим вывести из этого, что если x и n — два целых порядка ω , то сумма $n + x$ — также целое порядка ω . Фактически для этого достаточно доказать, что оно будет целым порядка k , как бы велико ни было это k . Но если n и x — целые порядка ω , они а fortiori (тем более) будут целыми порядка $k + 1$; итак, вследствие уже доказанной теоремы $n + x$ будет целым порядка k , что и требовалось доказать.

Не таким ли образом можно пользоваться аксиомой Рассела? Я чувствую, что это не совсем то и что Рассел придал бы рассуждению совершенно иную форму, но суть осталась бы прежней. Я не хочу разбирать здесь законность этого способа доказательства; ограничусь пока следующими замечаниями. Мы ввели, кроме понятия объектов порядка n , объекты порядка ω и думается, что нам удалось определить это новое понятие в отношении целых чисел. Но это удается не всегда; например, это вовсе не получится для примера Эпименида. Успех обеспечивало следующее обстоятельство. Изученная классификация не была предикативной, и прибавление новых элементов заставляло изменять классификацию элементов, уже введенных и классифицированных. Однако это изменение могло происходить только в одном направлении; могло оказаться необходимым переносить объекты из класса A в класс B (именно из класса целых в класс нецелых), но никогда из

класса B в класс A . Для определения порядка ω необходимо новое соглашение в тех случаях, когда изменение должно происходить как в одном направлении, так и в другом. Далее, определение целых порядка ω не то же самое, что и определение целых порядка k , где k конечное. Целые порядка k определяют посредством рекуррентности, выводя понятие целого порядка k из понятия целого порядка $k - 1$. Целые порядка ω определяют переходом к пределу, вводя зависимость этого нового понятия от бесконечно-го числа предыдущих понятий целых всех конечных порядков. Два определения могли бы быть непонятными для того, кто не знает еще, что такое конечное число; эти определения предполагают различие между конечными и бесконечными числами. Следовательно, нельзя надеяться основать на них это различие.

5. Мемуар Цермело

Совершенно в другом направлении ищет Цермело разрешения тех затруднений, которые мы отметили. Он пытается установить систему аксиом $\text{ar}10\text{g}1$, которые позволили бы ему выяснить все истины математики без противоречий. Можно по-разному понимать роль аксиом; их можно рассматривать как произвольные предписания, которые являются не чем иным, как скрытыми определениями основных положений. Таким способом Гильберт в своей геометрии вводит вначале «предметы», которые он называет точками, прямыми, плоскостями, и, забывая или делая вид, что забывает на один момент житейский смысл этих слов, он устанавливает между этими предметами различные зависимости, которые их определяют. Чтобы это было законно, необходимо доказать, что аксиомы, введенные таким образом, не противоречат друг другу, и Гильберт вполне преуспел в том, что касается геометрии, так как он предполагал анализ уже созданным и мог пользоваться им в этом доказательстве. Цермело не доказал, что его аксиомы свободны от противоречий, и не мог этого сделать, так как для этого ему было бы необходимо опираться на другие истины, уже установленные. Но при наличии уже установленных истин, при уже образованной

науке он предполагает, что их еще нет; он начинает с чистой доски и хочет, чтобы его аксиомы полностью удовлетворялись друг другом.

Но нельзя произвольно снабжать смыслом постулаты; необходимо, чтобы они были очевидны сами по себе. Поэтому нам не нужно доказывать эту очевидность, так как она недоказуема, но нужно стараться проникнуть в тот психологический механизм, который вызвал это ощущение очевидности. Здесь-то и возникает затруднение: Цермело принимает ряд аксиом и отбрасывает другие, которые на первый взгляд могут казаться столь же очевидными, как и те, которые он сохраняет. Если бы он сохранил их все, то он впал бы в противоречия, следовательно, ему необходимо было сделать выбор; но можно спросить, каковы основания его выбора, и это-то требует некоторого внимания.

Он начинает с того, что отбрасывает определение Кантора: множество есть собрание каких-либо различных объектов, образующих нечто целое. Я, конечно, не имею права говорить о множестве всех объектов, удовлетворяющих тем или иным условиям. Эти объекты не образуют множества, Menge, но вместо отбрасываемого определения необходимо принять какое-нибудь другое. Цермело ограничивается словами: рассмотрим область (Bereich) каких-либо объектов; может случиться, что между двумя из этих объектов x и y существует зависимость вида $x \in y$; мы скажем в таком случае, что x есть элемент y и что y есть множество, Menge.

Очевидно, что это не является определением; кто-либо, не знающий, что такое Menge, не узнает ничего, если ему скажут, что оно изображается символом \in , так как он не знает, что такое \in . Это могло бы еще сойти, если бы этот символ \in в будущем определялся самими аксиомами, рассматриваемыми как произвольные предписания. Но мы только что видели, что эта точка зрения недопустима. Необходимо, чтобы мы знали заранее, что такое Menge, чтобы имели его интуицию, и именно эта интуиция позволит нам понять, что такое \in , которое без этого будет только лишенным смысла символом, относительно которого нельзя будет утверждать никаких очевидных самих по себе свойств. Но чем же может быть

эта интуиция, как не тем определением Кантора, которое мы презрительно отбросили? Оставим это затруднение, которое мы попытаемся осветить несколько дальше, и перечислим аксиомы, принятые Цермело; их семь:

1. Два Menge, имеющие одни и те же элементы, тождественны.

2. Существует одно Menge, не содержащее ни одного элемента,— это Nullmenge; если существует один объект a , то существует Menge (a), единственным элементом которого является этот объект; если существуют два объекта a и b , то существует Menge (a, b), единственными элементами которого являются эти объекты.

3. Множество всех элементов какого-либо Menge M , удовлетворяющих условию x , образуют подмножество Untermenge M .

4. Каждому Menge T соответствует другое Menge UT , образованное из всех Untermengen T .

5. Рассмотрим Menge T , все элементы которого сами являются Mengen; существует Menge ST , элементы которого являются элементами элементов T . Если, например, T имеет три элемента A, B, C , которые сами являются Mengen, и если A имеет два элемента a и a' , B — два элемента b и b' , C — два элемента c и c' , то ST будет иметь шесть элементов a, b, c, a', b', c' .

6. Если имеется Menge T , все элементы которого сами являются Mengen, то можно выбрать в каждом из этих элементарных Mengen по элементу, и множество выбранных таким образом элементов образует Untermenge ST .

7. Существует по крайней мере одно бесконечное Menge.

Прежде чем разбирать эти аксиомы, я должен ответить на один вопрос: почему в их формулировке я сохранил немецкое слово Menge вместо того, чтобы перевести его по-французски словом ensemble (множество)? Потому что я не уверен в том, что слово Menge сохраняет свой интуитивный смысл, без которого было бы затруднительно отбросить определение Кантора; французское же слово ensemble внушает этот интуитивный смысл чересчур навязчиво, чтобы его можно

было употреблять без помехи и в том случае, когда смысл изменился.

На седьмой аксиоме я остановлюсь лишь немного; при этом я должен сказать несколько слов, чтобы отметить весьма оригинальный способ, которым Цермело ее высказывает. Он в действительности не удовлетворился данной мною формулировкой и говорит: существует Menge M , которое не может содержать элемента a , не включая в себя в то же время в качестве элемента Menge (a), т. е. такое, единственным элементом которого является a . И тогда, если M содержит элемент a , то оно будет содержать еще и ряд других элементов, а именно: Menge, единственным элементом которого является a , Menge, единственным элементом которого является Menge, единственным элементом которого является a , и т. д. Достаточно хорошо видно, что число этих элементов должно быть бесконечным. На первый взгляд, этот обходной путь кажется очень странным и очень искусственным; так оно в действительности и есть. Но Цермело хотел избежать слова «бесконечный», так как он рассматривает свои аксиомы как предшествующие отличению конечного от бесконечного.

Перейдем к шести первым аксиомам. Их можно рассматривать как очевидные, если только слову Menge будет дан его интуитивный смысл и если при этом будут рассматриваться предметы только в конечном числе. Но они являются таковыми не больше чем следующая аксиома, откровенно отброшенная автором:

8. Какие бы то ни было объекты образуют Menge.

В таком случае нам приходится задать вопрос: почему очевидность 8-й аксиомы исчезает, как только дело касается бесконечных совокупностей, в то время как очевидность шести первых имеет место?

Если для решения этого вопроса мы обратимся к формулировке аксиом, то прежде всего мы убедимся, что все эти аксиомы без исключения не дают нам ничего иного, кроме одного: определенные совокупности, образованные по определенным законам, составляют Mengen; таким образом, эти аксиомы окажутся для нас не чем иным, как правилами, предназначенными для расширения смысла слова Menge, чистыми определениями слова. И это одинаково верно как для 8-й

аксиомы, которую мы отбрасываем, так и для первых семи аксиом, которые мы принимаем.

Мы одинаково быстро убеждаемся, что это первое впечатление ошибочно; подобные определения слова не поставят нас перед противоречием, его можно опасаться только в том случае, если мы имеем другие аксиомы, утверждающие, что некоторые совокупности не являются Mengen, а мы этих аксиом не имеем. В то же время, если мы отбрасываем 8-ю аксиому, то мы это делаем для того, чтобы избежать противоречия; Цермело говорит это открыто.

Поэтому отсюда необходимо заключить, что он не рассматривал свои аксиомы как простые определения слова, а связывал со словом Menge интуитивный смысл, существовавший до формулирования аксиом, хотя и немного отличный от обычного смысла. Его нельзя не заметить, исследуя, как автор пользуется им в своих рассуждениях. Menge — это нечто, о чем можно рассуждать, это нечто в определенной мере прочное и неизменное. Определить множество, Menge, некоторую совокупность — это всегда значит произвести классификацию, отделить предметы, принадлежащие этому множеству, от тех, которые не участвуют в нем. Тогда мы скажем, что это множество не есть Menge, если соответствующая классификация не предикативная, и что оно является Menge, если эта классификация предикативная или если относительно нее можно рассуждать так, как если бы она была таковой.

Если мы отбрасываем 8-ю аксиому, то потому, что какие бы то ни было объекты, конечно, образуют совокупность, но совокупность, которая никогда не будет замкнутой и порядок которой может быть в любой момент нарушен введением непредвиденных членов; это такая совокупность, которая не предикативна. И, наоборот, когда мы, например, говорим, что каждому Menge T соответствует другое Menge UT или ST , определенное неким способом, то мы утверждаем, что это определение предикативно, или что мы имеем право работать с ним, как если бы оно было таким.

Здесь уместно поговорить об одном различии, которое играет существенную роль в теории Цермело: «Eine Frage oder Aussage E , über deren Gültigkeit oder Ungültigkeit die Grundbeziehungen des Bereiches vermöge der Axiome und der allgemeingültigen logischen

Gesetze ohne Willkür unterscheiden, heisst definit»¹⁾. Слово «definit» — здесь в большой степени синоним слова «предикативный». Так, предположим, например, что этот вопрос E будет заключаться в следующем: обладает ли такой-то элемент, принадлежащий Menge M , такими-то зависимостями по отношению ко всем другим элементам того же Menge, и можем ли мы согласиться говорить, что все элементы, относительно которых следует сказать да, образуют класс K ? Для меня, и я думаю, что также и для Рассела, подобный вопрос не является определенным, так как другие элементы M бесконечны числом, так как можно будет без конца вводить новые из них и так как среди введенных новых могут быть такие, в определение которых входит понятие класса K , т. е. совокупности элементов, обладающих свойством E . Для Цермело этот вопрос был дефинитным, и я не знаю точно, где строгое разграничение между вопросами, которые дефинитны и которые таковыми не являются. Ему кажется, что для того, чтобы узнать, обладает ли некоторый элемент свойством E относительно всех других элементов M , достаточно проверить, обладает ли он им относительно каждого из них. Если вопрос оказывается дефинитным относительно каждого из этих элементов, то он будет таковым *ipso facto* (тем самым) и относительно всех этих элементов.

Здесь-то и выявляется расхождение наших взглядов. Цермело запретил себе рассматривать множество всех объектов, удовлетворяющих некоторому определенному условию, так как ему кажется, что это множество никогда не бывает замкнутым, что всегда можно ввести в него новые объекты. Наоборот, он не стесняется говорить о множестве объектов, составляющих часть определенного Menge M и удовлетворяющих, кроме того, некоторому условию. Ему кажется, что он не может получить Menge, не получив одновременно все его элементы. Среди этих элементов он выберет те, которые удовлетворяют данному условию, и произведет этот выбор достаточно спокойно, не боясь

¹⁾ Вопрос или положение E , справедливость или несправедливость которого может быть без всякого произвола установлена основными соотношениями данной области на основании аксиом или общих логических законов, называется дефинитным (нем.). — *Примеч. ред.*

нарушить его введением новых и непредвиденных элементов, так как что касается этих элементов, то они все уже у него в руках. Образовав заранее свое Menge M , он воздвиг монастырские стены, которые останавливают непрошенных, могущих прийти извне. Но он не спросил себя, не могут ли появиться непрошенные внутренние посетители, которых он заключил вместе с собой в своих стенах. Если Menge M имеет бесконечное число элементов, это должно значить не то, что эти элементы могут рассматриваться как существующие все вместе с самого начала, а то, что без конца могут появляться новые; они появятся внутри стен вместо того, чтобы появиться вне их, вот и все. Когда я говорю о всех целых числах, я хочу говорить как о всех уже изобретенных числах, так и о тех, которые могут быть когда-нибудь изобретены; когда я говорю о всех точках пространства, то я хочу говорить о всех точках, координаты которых выражаются рациональными числами, или алгебраическими числами, или интегралами, или всеми другими способами, какие могут быть изобретены. И это-то «могут быть» и есть бесконечность. Но можно будет изобрести такие, которые будут определяться многими способами, и если мы вернемся, как раньше, к нашему вопросу E и классу K , то вопрос E возникает вновь всякий раз, как определяют новый элемент M ; среди этих элементов, которые мы сможем определить, найдутся такие, определение которых будет зависеть от этого класса K . Таким образом, порочный круг не может быть обойден.

Вот почему аксиомы Цермело меня не удовлетворяют. Они не только не кажутся мне очевидными, но когда меня спросят, свободны ли они от противоречий, я не буду знать, что ответить. Автор думал избежать наиболее существенного парадокса, запретив себе всякие спекуляции за пределами полностью замкнутого Menge; он думал избежать парадокса Ришара, не ставя никаких вопросов, кроме дефинитных, что по тому смыслу, который он вкладывает в это выражение, исключает всякое рассмотрение объектов, которые могут быть определены конечным числом слов. Но если он хорошо запер свою овчарню, то я не убежден в том, что он не запер туда и волка. Я не успокоюсь до тех пор, пока он не покажет, что он укрыт от противоречий; я прекрасно знаю, что он не может этого сделать,

так как он должен был бы опираться, например, на принцип индукции, который он, без сомнения, не признал бы, но который он предполагал доказать далее. Он должен был бы идти дальше; это произошло бы ценой логической ошибки, но по меньшей мере мы в этом были бы уверены.

6. Употребление бесконечности

Можно ли рассуждать об объектах, которые не могут быть определены конечным числом слов? Можно ли даже говорить о них, зная, о чем говорят, и произнося нечто иное, чем пустые слова? Или же, наоборот, их следует рассматривать как непознаваемые? Что касается меня, то я не колеблюсь ответить, что они просто не существуют.

Все объекты, которые мы сможем когда-нибудь себе представить, или будут определены конечным числом слов, или же будут определены только несовершенным и останутся неотделимыми от массы других объектов; и мы не сможем исследовать их логически строго до того, как мы их отделим от этих других объектов, с которыми они связаны, т. е. до того, как мы придем к определению их конечным числом слов.

Если мы рассмотрим множество и захотим определить различные его элементы, то это определение, очевидно, разобьется на две части: первая часть определения, общая всем элементам множества, научит нас отделять их от элементов, чуждых этому множеству; это будет определение множества; вторая часть научит нас отличать одни от других различные элементы множества.

Каждая из этих двух частей должна будет складываться из конечного числа слов. Если говорят о всех элементах того множества, определение которого хотят дать, то хотят говорить о всех объектах, удовлетворяющих первой части определения, которые могут быть окончательно определены такой фразой из конечного числа слов, какая будет желательна. Вам дают только половину определения, вы можете затем ее дополнить, выбрать по своему желанию вторую половину, но необходимо, чтобы вы ее дополнили. Когда я утверждаю некоторое положение, касающееся всех объектов множества, я хочу этим сказать, что если один объект удовлетворяет первой части опреде-

ления, то предложение в части, касающейся этого объекта, останется справедливым, какими бы способами вы ни формулировали вторую часть; но так как вы можете ее высказать по своему желанию, то необходимо, чтобы вы и высказали, без этого объект был бы немислим и предложение не имело бы смысла.

Это не значит, что нельзя сделать или что не сделаны некоторые замечания по поводу этой точки зрения. Фразы из конечного числа слов всегда могут быть перечислены, так как, например, их можно расположить в алфавитном порядке. Если все мыслимые объекты следует определить подобными фразами, то им также можно будет присвоить определенный номер. Следовательно, мыслимых объектов будет не больше, чем целых чисел; и если рассматривают, например, пространство, если из него исключают точки, которые не могут быть определены конечным числом слов и которые просто не существуют, то точек останется не больше, чем имеется целых чисел. Кантор же доказал противное.

Но это только обман зрения; представить точки пространства определяющими их фразами, распределить эти фразы и соответствующие им точки по буквам, из которых они составлены, — это значит построить классификацию, которая является непредикативной, которая влечет за собой все неудобства, все параллогизмы, все противоречия, о которых я говорил в начале этой главы. Что хотел сказать Кантор и что он в действительности доказал? Нельзя найти между целыми числами и точками пространства, определяемыми конечным числом слов, закон соответствия, удовлетворяющий следующим условиям: 1) этот закон может быть высказан конечным числом слов; 2) для любого заданного целого числа всегда можно найти соответствующую точку пространства, и эта точка будет полностью и однозначно определена; определение этой точки складывается из двух частей: определения целого числа и выражения закона соответствия, и сведется к конечному числу слов, так как наше целое число может быть определено, а закон выражен конечным числом слов; 3) для заданной точки пространства P , которую я предполагаю определенной конечным числом слов (не запрещая себе допускать в это определение ссылки на сам закон соответствия, что су-

щественно в доказательстве Кантора), найдется целое число, которое будет однозначно определено законом соответствия и определением точки P ; 4) закон соответствия должен быть предикативным, т. е. если он приводит в соответствие точку P и целое число, то это соответствие тому же целому числу не должно нарушиться, когда введут новые точки пространства. Вот что доказал Кантор, и это остается всегда справедливым; ясно, насколько сложен смысл, скрытый в кратком предложении: число точек пространства больше, чем число целых чисел.

Что же мы должны отсюда заключить? Всякая теорема математики должна быть доступна проверке. Когда я высказываю эту теорему, я утверждаю, что все проверки, которые я испробую, приведут к желаемому результату, и даже если одна из этих проверок требует труда, превосходящего человеческие силы, я утверждаю, что если много поколений сочтут нужным заняться этой проверкой, то и в этом случае она удастся. Теорема не имеет другого смысла; это остается верным и тогда, когда в ее формулировке говорится о бесконечных числах; но так как проверки могут быть проведены только для конечных чисел, то отсюда следует, что всякая теорема, относящаяся к бесконечным числам или вообще к тому, что называется бесконечным множеством, или трансфинитным количеством, или трансфинитным порядковым и т. д., не может быть чем-либо иным, как сокращенным способом формулирования предложений, относящихся к конечным числам. Если дело обстоит иначе, то эта теорема недоказуема, а если она недоказуема, то она не будет иметь смысла.

Следовательно, нельзя найти очевидные аксиомы, относящиеся к бесконечным числам; всякое свойство бесконечных чисел есть лишь перевод какого-либо свойства конечных чисел; именно это последнее может быть очевидным, тогда как первое необходимо доказать, сравнивая его с последним и показывая, что перевод точен.

7. Заключение

Противоречия, к которым пришли некоторые логики, происходят из-за того, что они не смогли избежать известных порочных кругов. Это случалось с ни-

ми, когда они рассматривали конечные совокупности, но еще более часто это случалось, когда они имели претензию рассматривать бесконечные совокупности. В первом случае они могли легко избежать той ловушки, в которую попали; или, точнее, они сами поставили ловушку, развлекались, попадая в нее, и даже были вынуждены тщательно следить за тем, чтобы не попасть мимо ловушки; одним словом, в этом случае противоречия являются только забавами. Совершенно другого рода те противоречия, которые вызваны понятием бесконечности; часто случается, что в них попадают совершенно нечаянно, и даже когда бывают предупреждены об их существовании, и тогда еще не бывают вполне спокойными.

Попытки выйти из этих затруднений интересны больше по заглавию, но они не вполне удовлетворительны.

Цермело пожелал построить безгрешную систему аксиом; но эти аксиомы не могут быть рассматриваемы как произвольные предписания, так как необходимо было доказать, что эти положения непротиворечивы, и так как, когда начинаешь с совершенно чистой доски, не остается ничего, на чем можно было бы основывать подобное доказательство. Необходимо поэтому, чтобы аксиомы были очевидны сами по себе. Но каков тот механизм, с помощью которого их строили? Взяли аксиомы, справедливые для конечных совокупностей; распространить их все на бесконечные совокупности нельзя было, и это распространение было сделано только для определенного их числа, выбранного более или менее произвольно. Впрочем, по-моему, как я уже говорил выше, ни одно предложение, относящееся к бесконечным совокупностям, не может быть очевидным интуитивно.

Рассел лучше понял природу того затруднения, которое нужно побороть, но, однако, полностью он с ним не справился, так как его иерархия типов предполагает уже готовую теорию порядковых чисел.

Что же касается меня, то я предполагаю держаться следующих правил:

1) представлять себе только такие объекты, которые могут быть определены конечным числом слов;

2) никогда не упускать из виду, что все предложения, относящиеся к бесконечности, должны быть пе-

реводом, сокращенным выражением предложений, относящихся к конечному;

3) избегать непредикативных классификаций и определений.

Все исследования, о которых мы говорили, имеют общий характер. Предлагается преподавать математику ученику, который еще не знает разницы между бесконечным и конечным; ему не торопятся преподавать, в чем заключается эта разница, начинают с того, что показывают ему все то, что можно знать относительно бесконечности, не занимаясь этой разницей; затем в ограниченном районе того поля, которое ему дали обозреть, открывают ему маленький уголок, где прячутся конечные числа.

Мне это кажется психологически неверным; естественно, человеческий ум идет не так, и даже если бы пришлось отклониться от этого без особо неприятных противоречий, то тем не менее это был бы метод, противоречащий всякой здоровой психологии.

Рассел, без сомнения, мне скажет, что он занимается не психологией, а логикой и эпистемологией; я же вынужден буду ответить, что нет логики и эпистемологии, независимых от психологии; и это признание, вероятно, прекратит спор, так как выявит непоправимое расхождение взглядов.

Глава V

МАТЕМАТИКА И ЛОГИКА

Несколько лет тому назад я имел случай предложить некоторые идеи, относящиеся к логике бесконечного, к применению бесконечности в математике, к тому употреблению, которое сделали ей вслед за Кантором; я объяснил, почему я не считаю законным некоторые способы рассуждений, которыми считали себя вправе пользоваться различные выдающиеся математики¹⁾. Естественно, я вызвал против себя строгие реплики; эти математики не считают, что они ошиблись, и они считают, что имели право делать то, что делали. Полемика затянулась, но не потому, что без конца приводились новые аргументы, а потому, что

¹⁾ См. главу IV этой работы. — *Примеч. ред.*

все время вертелись в одном и том же круге, каждый повторял то, что он уже говорил, как будто не слыша того, что ему говорил противник. Поминутно мне присылали новое доказательство оспариваемого принципа, чтобы оградиться, как говорили, от всяких возражений; но это доказательство было все тем же самым, лишь слегка загримированным. Конечно же, не пришли ни к какому заключению; сказать, что я этим удивлен, значило бы дать весьма печальное представление о моей психологической проницательности. При таких условиях приходится еще раз повторить свои аргументы, которым я, пожалуй, могу придать новую форму, но сущности которых я не могу изменить, так как мне кажется, что их даже не пытались опровергнуть. Мне кажется, что предпочтительнее выяснить, в чем основа этого расхождения мыслей, порождающего подобное различие взглядов. Я скажу, что эти непримиримые разногласия меня не удивили, что предвидел их с самого же начала, но это не избавляет нас от поисков объяснения; можно предвидеть факт после ряда повторных опытов и затрудняться в объяснении его.

Попытаемся же изучить психологию двух спорящих школ с точки зрения вполне объективной, как будто мы сами находимся вне этих школ, как будто мы описываем войну двух муравейников. Прежде всего заметим, что среди математиков существуют две противоположные тенденции в способе представления бесконечности. Для одних бесконечность происходит из конечного; бесконечность существует потому, что существует бесконечное множество всевозможных конечных предметов; для других же бесконечность существует раньше конечного; конечное получается отрезанием маленького кусочка от бесконечности.

Теорема должна быть проверяемой, но так как мы сами конечны, то мы можем оперировать только с конечными объектами; даже если в формулировке теоремы участвует понятие бесконечности, необходимо, чтобы при проверке его не употребляли, иначе проверка станет невозможной. В качестве примеров я возьму следующие теоремы: последовательность простых чисел бесконечна, ряд $\sum 1/n^2$ сходящийся и т. д.; каждая из них может быть выражена равенствами, в которых фигурируют только конечные числа. Эти теоремы связаны с бесконечностью не потому, что одна

из возможных проверок связана с нею, а потому, что число возможных проверок бесконечно.

Высказав теорему, я утверждаю, что все эти проверки будут успешны; очевидно, что всех их не проделывают; я их называю возможными потому, что их можно проделать за конечное время, но практически они могут быть невозможными, так как потребуют многих лет работы. Для меня достаточно того, что можно представить себе такого достаточно богатого и сумасбродного человека, который занялся бы этим, оплачивая достаточно число помощников. Доказательство теоремы как раз и имеет задачей сделать ненужным это сумасбродство.

Имеет ли смысл теорема, которая не приводит ни к какому проверяемому выводу? Или, выражаясь более общо, имеет ли смысл теорема без тех проверок, которые она вызывает? В этом вопросе математики разделились. Принадлежащие к первой школе, я их назову прагматистами (ведь нужно же дать им какое-нибудь имя), отвечают «нет», и когда им предлагают теорему без указания способа ее проверки, они смотрят на нее как на нечто невразумительное. Они не желают ничего представлять себе, кроме объектов, которые могут быть определены конечным числом слов. Когда в рассуждении им говорят об объекте A , удовлетворяющем определенным условиям, они усматривают под этим объект, который удовлетворяет этим условиям, каковы бы при этом ни были слова, использованные для его окончательного определения, лишь бы их было конечное число.

Принадлежащие к другой школе, их я назову для краткости канторианцами, не желают принимать этого; человек, каким бы он ни был болтуном, никогда в своей жизни не произнесет более миллиарда слов; а тогда исключим ли мы из науки объекты, определение которых содержит миллиард и одно слово? И если мы их не исключим, то почему же мы исключим те объекты, которые могут быть определены только бесконечным числом слов, ведь построение как одних, так и других превосходит человеческие способности?

Но эти аргументы, как известно, не трогают прагматистов; как бы ни был болтлив один человек, человечество будет еще более болтливо, и так как мы не знаем, сколько времени оно будет существовать,

то мы не можем заранее ограничить поле его изысканий; мы знаем только одно, что это поле будет всегда оставаться ограниченным; и даже если бы мы могли определить дату исчезновения человечества, то существуют другие звезды, которые смогут принять неоконченный труд Земли; прагматисты даже согласны без особого отвращения представить себе человечество, несравненно более болтливое, чем наше, сохраняя все-таки за ним кое-что человеческое; но они отказываются рассуждать по поводу гипотезы уж я не знаю какого божества, бесконечно болтливого и могущего мыслить бесконечное число слов в конечное время. Канторианцы же, наоборот, предполагают, что объекты существуют в своего рода большом складе, независимо от всего человечества или всякого божества, которое могло бы о них говорить или думать; в этом магазине мы, без сомнения, можем выбирать, но, наверное, мы не имеем достаточно аппетита или средств, чтобы купить все; при этом инвентарь магазина не зависит от ресурсов покупателей. Из этого-то исходного недоразумения следуют всевозможные разногласия в деталях.

Возьмем для примера теорему Цермело, по которой пространство может быть преобразовано во вполне упорядоченное множество. Канторианцы будут пленены строгостью, действительной или кажущейся, доказательства; прагматисты им ответят: «вы говорите, что можете преобразовать пространство в хорошо упорядоченное множество: хорошо! Преобразуйте». «Это будет слишком долго». «Тогда по крайней мере покажите нам, что кто-либо, имеющий достаточно времени и терпения, мог бы произвести это преобразование». «Нет, мы этого не можем, так как число операций, которые необходимо проделать, бесконечно, оно больше даже, чем алеф-нуль». «Можете ли вы показать, как можно будет выразить конечным числом слов закон, который позволил бы упорядочить пространство?» «Нет». И прагматисты заключают, что теорема лишена смысла или неверна, или по крайней мере не доказана.

Прагматисты становятся на точку зрения расширения, а канторианцы — на точку зрения выделения. Когда речь идет о конечной совокупности, это различие может интересовать только теоретиков формаль-

ной логики; но оно кажется нам гораздо более глубоким, когда речь идет о бесконечных совокупностях. Если встать на точку зрения расширения, совокупность образуется последовательными прибавлениями новых членов; мы можем, комбинируя старые объекты, создавать новые, затем с помощью этих — еще более новые, и если совокупность бесконечна, то только потому, что нет причин, чтобы остановиться.

С точки зрения выделения, наоборот, мы исходим из совокупностей, в которых находятся предсуществующие объекты, которые кажутся нам сначала неразличимыми; но мы, наконец, начинаем различать некоторые из них потому, что мы снабжаем их этикетками и распределяем по ящикам; однако объекты предшествуют этикеткам, и совокупность существовала бы даже тогда, когда не нашлось бы коллекционера для ее классификации.

Для канторянцев понятие кардинального числа не составляет тайны. Две совокупности имеют одинаковое кардинальное число, когда их можно расположить в одних и тех же ящиках; нет ничего проще этого, поскольку обе совокупности предсуществуют и поскольку точно так же можно рассматривать как предсуществующую совокупность ящиков, независимых от коллекционера, заинтересовавшегося распределением по ним объектов. Для прагматистов это не так; совокупность не предсуществует, она каждый день обогащается: новые объекты без конца прибавляются к ней так, что их нельзя было бы определить, не опираясь на понятие объектов, уже ранее классифицированных, и на способ их классификации. При каждом новом приобретении коллекционер может быть вынужденным перерыть свои ящики, чтобы найти способ пристроить его на место; никогда не будет известно, могут ли две совокупности расположиться в тех же ящиках, так как всегда можно ожидать необходимости произвести среди них перемещения. Например, прагматисты принимают только объекты, которые могут быть определены конечным числом слов. Возможные определения, выражаемые с помощью фраз, всегда могут быть перенумерованы порядковыми числами от одного до бесконечности, поэтому у них будет возможно только одно бесконечное количественное число алеф-нуль. Почему тогда, спросим мы,

мощность континуума не такая же, как и мощность целых чисел? Да, когда даны все точки пространства, которые мы умели определять словами в конечном числе, мы можем представить себе закон, выражаемый также конечным числом слов, который приводит их в соответствие с последовательностью целых чисел. Но рассмотрим теперь фразы, где фигурирует формулировка этого закона соответствия; только что они не имели никакого смысла, так как этот закон еще не был изобретен, и они не могли служить для определения точек пространства; теперь они приобрели смысл, они позволяют нам определить новые точки пространства, но эти новые точки не будут уже иметь места в принятой классификации, и это заставит нас изменить ее. Это-то мы и хотим сказать, когда, следуя прагматистам, говорим, что мощность континуума не та же, что мощность целых чисел. Мы хотим сказать, что невозможно найти такой закон соответствия между этими двумя совокупностями, который был бы защищен от подобных изменений в том смысле, как это можно сделать, например, когда речь идет о прямой и плоскости. И в таком случае, собственно говоря, прагматисты не уверены в том, что некоторое множество имеет кардинальное число или же что для двух заданных множеств всегда можно узнать, имеют ли они одну и ту же мощность или одно из них имеет мощность большую, чем другое. Таким образом, они приходят к сомнению в существовании числа алеф-один.

Другой источник разногласия возникает в способе понимания определений. Существуют определения многих видов; прямое определение может быть сделано как по *genus proximum et differentiam specificam*¹⁾, так и по построению.

Отметим попутно, что имеются определения, неполные в этом смысле: они определяют не один индивидуум, но сразу целый род; они законны, и именно они являются определениями, которыми чаще всего пользуются. Но, следуя прагматистам, под ними нужно дополнительно понимать совокупность индивидуумов, которые удовлетворяют определению и которые можно полностью определить конечным числом слов;

¹⁾ См. сноску на с. 585.

для канторианцев это ограничение является искусственным и лишены значения.

Если бы были только прямые определения, то бесилие чистой логики было бы неоспоримо. В этом случае можно было бы в любом предложении заменить каждый из его членов определением; если бы произвели такую подстановку, то или предложение не свелось бы к тождеству, и тогда оно было бы недоступно чисто логическому доказательству, или же оно свелось бы к тождеству, и тогда оно было бы не чем иным, как тавтологией, более или менее искусно замаскированной.

Но мы имеем еще другой вид определений: определения через постулат. Обычно мы будем знать, что определяемый объект принадлежит к некоторому роду, но когда дело пойдет о том, чтобы высказать специфическое различие, то его выскажут не прямо, а с помощью «постулата», которому должен удовлетворять определяемый объект. Именно таким образом математики могут определить количество x посредством явного уравнения $x = f(y)$ или неявного $F(x, y) = 0$.

Определение через постулат имеет значение только тогда, когда доказано существование определяемого объекта; на языке математики это означает, что постулат не содержит противоречий; этим условием мы не имеем права пренебрегать; нужно либо предположить отсутствие противоречия как интуитивную истину, как аксиому, с помощью некоторого акта веры, но тогда нужно отдавать себе отчет в том, что делаешь, и знать, что увеличен список недоказуемых аксиом; либо же следует построить доказательство по правилам: или с помощью примера или применить рекуррентное рассуждение. Это не значит, что такое доказательство было бы менее необходимо в случае прямого определения, но оно в этом случае более просто.

Некоторые прагматисты окажутся более требовательными: чтобы рассматривать определение как законное, им недостаточно того, чтобы оно не приводило к противоречию в терминах, им еще будет нужно, чтобы оно имело смысл с той особой их точки зрения, которую я пытался определить выше.

Как бы то ни было, но останется ли логика бесполезной после введения определений через постулаты?

Мы не можем при задании предложения заменить в нем некоторый член через его определение; все, что мы можем сделать,— это исключить этот член при помощи предложения и постулата, служащего ему определением. Если эта операция, сделанная, как говорят, по правилам логического исключения, не приводит нас к тождеству, то это показывает, что предложение недоказуемо посредством чистой логики; если она приводит к тождеству, то это значит, что оно только тавтология. Нам не нужно ничего изменять в наших предыдущих заключениях.

Но существует третий вид определений, который является началом нового недоразумения между прагматистами и канторианцами. Это все еще определения через постулат, но постулатом здесь является некоторое отношение между определяемым объектом и всеми индивидуумами класса, к которому по предположению принадлежит определяемый объект (или же к которому по предположению принадлежат объекты, которые сами могут быть определены через определяемый объект). Это происходит, когда мы устанавливаем следующие два постулата:

X (определяемый объект) так-то связан со всеми индивидуумами рода G ,

X входит в состав рода G .

Или же следующие три постулата:

X так-то связан со всеми индивидуумами рода G ,

Y так-то связан с X ,

Y входит в состав G .

С точки зрения прагматистов подобное определение вовлекает в порочный круг. Нельзя определить X , не зная всех индивидуумов рода G и, следовательно, не зная X , которое является одним из этих индивидуумов. Канторианцы смотрят иначе: род G нам дан, следовательно, мы знаем все индивидуумы; определение имеет целью только выделить из этих индивидуумов тот, который находится со всеми своими товарищами в указанной зависимости. Нет, отвечают их противники, знание вида и рода не дает вам знания всех его индивидуумов, оно дает вам только возможность построить их все или — лучше — построить их столько, сколько вы пожелаете. Они будут существовать не ранее, чем вы их построите, т. е. после того, как они будут определены; X существует только после

определения, которое имеет смысл только после того, как мы наперед знаем все индивидуумы G и, в частности, X . Не имеет никакого значения, прибавляют они, утверждение, что определять X через его зависимость с G не будет порочным кругом и что эта зависимость в итоге не является постулатом, который может служить для определения X ; необходимо предварительно доказать, что этот постулат не содержит в себе противоречия, но этого обыкновенно не делают в определениях такого рода. Прежде всего доказывают, что, каков бы ни был род G , все индивидуумы которого предполагаются известными, существует сущность X , которая связана с видом рассматриваемой зависимостью, т. е. что существование этой сущности не влечет за собой противоречия. Остается показать, что нет противоречий между существованием этой сущности и гипотезой, что эта сущность сама входит в состав рода.

Спор мог бы длиться долго, но вопрос, который я хочу выяснить, заключается в том, что если бы этот род определений был принят, логика уже не была бы бесплодной, и доказательством этого служит то, что было построено много рассуждений с целью доказать предложения, которые вовсе не были тавтологиями уже потому, что есть люди, которые задаются вопросом, не ложны ли они. И вот тогда удивляешься силе, которую может иметь одно слово.

Вот объект, о котором ничего нельзя было сказать, пока он не был окрещен; достаточно было дать ему имя, чтобы произошло чудо. Каким образом это происходит? Это происходит потому, что, давая ему имя, мы тем самым неявно утверждаем, что объект существует (т. е. свободен от всех противоречий) и что он полностью определен. Но это нам ничего не даст из того, что требуют прагматисты. Каков же механизм, делающий доказательство плодотворным? Очень простой: отвергают доказываемое предложение и показывают, что в таком случае получается противоречие с существованием объекта X ; но это правильно только в том случае, когда уверены в его существовании и, с другой стороны, когда знают, что объект полностью определен. Действительно, если X вывести из рода G по определению и если затем дополнить род G , прибавляя к нему объект X и другие индиви-

дуумы того же рода, которые могут быть из него произведены, если назвать G' дополненный таким способом род и назвать X' то, что получится из G' по определению тем же способом, каким X выводится из G , то необходимо, чтобы была уверенность в тождественности X' с X . Если бы это было не так, то, отвергнув доказываемое предложение, пришли бы к двум противоречащим формулировкам:

$$\varphi_1(X) = 0, \quad \varphi_2(X) = 0.$$

Каким образом можно убедиться, что как в одной, так и в другой X совершенно одно и то же? Если бы в одном выражении фигурировало X , а в другом X' , то оба утверждения записались бы в виде

$$\varphi_1(X) = 0, \quad \varphi_2(X') = 0$$

и не были бы противоречащими друг другу.

Почему же прагматисты делают такое возражение? Потому, что род G представляется только как совокупность, которая может бесконечно увеличиваться по мере того, как будут строиться новые индивидуумы, обладающие необходимыми свойствами. Таким образом, никогда нельзя считать, что G не *variatur* (неизменно), как это делают канторианцы, и никогда нельзя быть уверенным в том, что путем новых прибавлений оно не превратится в G' .

Я старался объяснить, как только мог, ясно и беспристрастно, в чем заключается расхождение между двумя школами математиков, и мне кажется, что мы уже замечаем действительную причину. Ученые этих двух школ имеют противоположное направление мыслей: те, которых я назвал прагматистами, — идеалисты, канторианцы же — реалисты.

Одно обстоятельство укрепит нас в нашей точке зрения. Мы видим, что канторианцы (да простят мне это удобное название, хотя я и хочу говорить здесь не о математиках, следующих взглядам Кантора, может быть, даже не о философах, ссылающихся на него, но только о тех, кто независимо от него имеет те же тенденции), что канторианцы, говорю я, постоянно говорят об эпистемологии¹⁾, т. е. об учении о науках, и

¹⁾ Пуанкаре в данном контексте использует понятие «эпистемология» не в традиционном его понимании (теория познания, гносеология), а для обозначения воззрений логицистов. Го-

хорошо известно, что эта эпистемология совершенно независима от психологии, т. е. что она учит нас, чем бы была наука, если бы не было ученых. Мы должны изучать эту науку, конечно, не предполагая, что ученых нет, но по крайней мере не предполагая, что они есть. Таким образом, не только природа есть реальность, независимая от физика, который стремится ее изучить, но и сама физика есть реальность, которая существовала бы и тогда, когда не было бы физика. В этом ведь и заключается реализм.

Почему прагматисты отказываются признавать объекты, которые нельзя определить конечным числом слов? Потому что они считают, что объект существует, только когда о нем подумали, и что нельзя сознавать мыслимый объект независимо от мыслящего. А в этом-то и заключается идеализм. И так как мыслящим является человек или что-либо похожее на человека, следовательно, существо конечное, то бесконечность и не может иметь другого смысла, кроме возможности создать столько конечных предметов, сколько нам угодно.

В этом случае можно сделать довольно любопытное замечание. Реалисты обычно встают на физическую точку зрения: независимое существование они приписывают материальным объектам или индивидуальным душам, или тому, что они называют субстанциями. Мир для них существовал до сотворения человека и даже ранее всех живых существ и существовал бы и в том случае, если бы не было ни бога

воря о «реализме» канторнандцев, он подчеркивает платонистский характер истолковывания ими математических объектов. Например, Г. Фреге заявлял, что математик, подобно географу, открывает математические сущности, которые существуют так же, как материки и острова. Платонистский «привкус» канторовской теоретико-множественной установки раскрывает Г. И. Рузавин «Легко обнаружить сходство между божественным миром идей Платона, куда он помещает математические сущности, и внемировым бытием Кантора, где реализуется актуальная бесконечность. Но дело не только в идейном и терминологическом сходстве. Платонистская концепция в неявном виде содержится в самих основах «нравной», неканторовской теории множеств» (Рузавин Г. И. Теория отражения и некоторые гносеологические проблемы математики // Лешинская теория отражения и современность — София. Наука и искусство, 1969 — С. 556) Критика Пуанкаре платонистского понимания математических объектов была энергично поддержана интуиционистами и в первую очередь Л. Брауэром и Г. Вейлем. — *Примеч. ред.*

и никакой другой мыслящей сущности. Это точка зрения здравого смысла, и только размышление может заставить отказаться от нее. Сторонники физического реализма — обычно финитисты; в вопросе о канторовских антиномиях они принимают тезы, они считают, что мир ограничен. Таков, например, взгляд Эвеллина. Напротив, идеалисты не имеют таких предрассудков и близки к тому, чтобы подписаться под антитезами.

Но канторианцы — реалисты именно в том, что относится к сущностям математики; эти сущности кажутся им имеющими независимое существование; геометр их не создает, он их открывает. Эти объекты, так сказать, существуют, не существуя, так как они сводятся к чистым отвлечениям; но поскольку по природе своей эти объекты бесконечны числом, то сторонники математического реализма — гораздо более инфинитисты, чем идеалисты; их бесконечность не есть будущее, так как она предшествует в своем существовании открывшему ее уму; принимают ли они ее или отрицают, они должны верить в действительную бесконечность.

Мы узнаем в этой теории идей Платона. Может показаться странным видеть Платона среди реалистов, однако пока нет ничего более противоположного современному идеализму, чем платонизм, хотя эта доктрина в то же время очень далека от физического реализма.

Я никогда не знал математика, большего реалиста в платоновском смысле, чем Эрмит, и, однако, я должен признаться, что я не встречал человека, более непокорного учению Кантора. В этом есть кажущееся противоречие, тем более, что он часто повторял: я антиканторианец, потому что я реалист. Он упрекал Кантора за то, что тот создавал объекты вместо того, чтобы удовлетворяться тем, чтобы их открывать. Без сомнения, вследствие своих религиозных убеждений, он считал грешным желание в полной мере проникнуть в область, объять которую может один бог, и не дожидаться, пока он сам откроет нам эти тайны поодиночке. Он сравнивал математические науки с естественными науками. Натуралист, который попытался бы отгадать секрет бога, вместо того чтобы обратиться к опыту, казался ему не только

самонадеянным, но и не почтительным к божественному величию. Канторианты, казалось ему, стремятся действовать именно так в математике. Поэтому-то он, реалист в теории, был идеалистом на практике. Существует познаваемая реальность, она вне нас и не зависит от нас; но все то, что мы можем о ней знать, зависит от нас — это не что иное, как будущее, некоторого рода наслаивание последовательных побед. Остаток реален, но вечно непознаваем.

Однако случай Эрмита особый, и я о нем не буду больше говорить. Во все времена в философии были противоположные течения, и не видно, чтобы эти течения стремились примириться. Без сомнения, существуют различные души, и мы ничего не можем в них изменить. Нет никакой надежды увидеть установившееся согласие между прагматистами и канторианцами. Люди не понимают друг друга потому, что они не говорят на одном и том же языке, и потому, что есть языки, которые не могут быть изучены.

В то же самое время в математике имеют обыкновение понимать друг друга; и это именно благодаря тому, что я назвал проверками; они являются окончательными судьями, и перед ними склоняется всякий. Но там, где этих проверок нет, математики не проникают дальше простых философов. Когда речь идет о том, имеет ли смысл непроверяемая теорема, кто может выносить суждение, если проверять ее запрещено по определению? Остается только привести своего противника к противоречию. Но попытка была сделана и ничего не достигла.

Было отмечено много противоречий, и несогласие осталось; никто не был убежден. От противоречий всегда можно избавиться удачным приемом, а именно: *distinguo*¹⁾.

Глава VI

ВЗАИМООТНОШЕНИЯ МАТЕРИИ И ЭФИРА

Когда Абрагам просил меня заключить серию собраний, организованных французским Физическим обществом, я сперва хотел отказаться. Мне казалось,

¹⁾ Латинское выражение, означающее «я различаю». — *Примеч. ред.*

что все вопросы были полностью разобраны и что я не мог бы ничего прибавить к тому, что было так хорошо сказано. Мне ничего не оставалось, как постараться резюмировать впечатление, создавшееся под влиянием совокупности этих работ, и это впечатление такое ясное, что каждый из вас должен был его испытать в такой же степени, как и я, и я не смогу дать ему большей ясности, пытаюсь выразить его словами. Но Абрагам так любезно настаивал, что я вынужден был поступиться неизбежными затруднениями, из которых наибольшим является необходимость повторять то, что каждый из вас уже давно обдумал, и наименьшим — необходимость пробежать множество различных вопросов, не имея времени на них остановиться.

Первое впечатление должно было ошеломить всех слушателей: старые механистические и атомистические гипотезы в последнее время приобрели такую прочность, что почти перестают казаться гипотезами; атомы более уже не являются удобными фикциями; нам кажется, что мы, так сказать, видим их с тех пор, как научились их считать. Гипотеза укрепляется и выигрывает в правдоподобии, когда она объясняет новые факты, но это происходит многими способами; чаще всего она должна расширяться, чтобы объяснить новые факты, и иногда она теряет в строгости при таком расширении, иногда бывает необходимо привить к ней дополнительную гипотезу, которая к ней очень подходит, которая не слишком отличается от основной гипотезы, но которая все же является чем-то посторонним, придуманным нарочно для достижения определенной цели, которая, одним словом, является выходом из положения. В этом случае нельзя сказать, что опыт подтвердил первоначальную гипотезу, но все же он ей и не противоречит. Или, еще лучше, между фактами новыми и старыми, для которых первоначально и была придумана гипотеза, существует такая тесная связь, что всякая гипотеза, объясняющая одни факты, должна тем самым объяснять и другие; таким образом, проверяемые факты являются только внешне новыми.

Не то мы имеем, когда опыт открывает совпадение, которое можно было предвидеть и которое произошло не случайно и особенно, если дело идет о

численном совпадении. Действительно, совпадения такого рода мы имеем среди явившихся в течение последнего времени подтверждений атомистических идей.

Кинетическая теория газов получила, образно выражаясь, неожиданные подкрепления. Новые идеи точно укладываются в нее; с одной стороны, это теория растворов, с другой — электронная теория металлов. Молекулы растворенного вещества, так же как и свободные электроны, которым металлы обязаны своей электрической проводимостью, ведут себя как газовые молекулы в содержащих их оболочках. Параллелизм полный и может быть продолжен до численных совпадений. Этим сомнительное обращается в возможное; каждая из этих трех теорий, если бы она была изолированной, казалась бы нам только остроумной гипотезой, которую можно заменить другими объяснениями, столь же правдоподобными; но так как в каждом из этих случаев понадобились различные объяснения, то отмеченные совпадения нельзя было приписывать лишь случаю; это является неприемлемым, так как три кинетические теории делают эти совпадения необходимыми. Далее теория растворов заставляет нас естественным образом перейти к теории броуновского движения, где невозможно рассматривать тепловое движение как мысленную фикцию, потому что его непосредственно видно в микроскоп.

Блестящие определения числа атомов, произведенные Перреном, дополнили этот триумф атомизма. Многочисленные согласия между результатами, полученными совершенно различными способами, упрочивают наше убеждение. Еще очень недавно считали себя счастливыми, видя, что найденные числа имеют одинаковое число цифр; тогда даже не требовали, чтобы первая значащая цифра была та же; сейчас эта первая цифра найдена, и что особенно замечательно, так это то, что пользовались самыми разнообразными свойствами атома. В способах, вытекающих из броуновского движения, или в тех, которые связаны с законом излучения, считают не непосредственно атомы, а степени свободы; там, где говорят о голубом цвете неба, уже не механические свойства атома идут в расчет, а рассматривают атомы как

причину оптической дискретности; наконец, когда пользуются радием, считают испускаемые частицы. Если бы в этом пункте были разногласия, то согласовать их было бы очень трудно, но, к счастью, их не было.

Атом химика — сейчас реальность, но это не значит, что мы близко подошли к первичному элементу вещей. Когда Демокрит предложил атомы, он считал их абсолютно неделимыми, помимо которых ничего не остается искать. Именно это и должно значить само слово по-гречески, и именно для этой цели оно и было придумано; за атомом не должно быть больше тайны. Следовательно, атом химика не дал бы ему полного удовлетворения, так как этот атом вовсе не является неделимым, он не является истинным элементом, он не свободен от тайны, этот атом — целый мир. Демокрит сказал бы, что после всех перенесенных для его отыскания трудов мы не продвинулись дальше, чем в самом начале; эти философы никогда не бывают довольны.

Ведь, и в этом заключается второе наше впечатление, всякое новое открытие физики выявляет нам новое усложнение атома. Прежде всего, тела, которые считали простыми и которые во многих отношениях вели себя совсем как простые тела, способны разлагаться на еще более простые тела. Атом распадается на более мелкие атомы. То, что называют радиоактивностью, есть не что иное, как непрерывный распад атома. Иногда, говоря о преобразовании элементов, выражаются не вполне точно, так как в действительности элемент не превращается в другой, а разлагается на несколько других. Продукты этого разложения все еще остаются химическими атомами, подобными во многих отношениях тем, которые, разрушаясь, их произвели. Таким образом, явление могло бы быть выражено, подобно самой обычной реакции, химическим уравнением, которое приняли бы без особых страданий самые консервативные химики.

Но это не все, в атомах мы находим многое другое: прежде всего мы в них находим электроны. Каждый атом в таком случае представляется нам в некотором роде Солнечной системой, где маленькие отрицательные электроны, играющие роль планет, движутся вокруг положительного электрона, играющего

роль центрального Солнца. Взаимное притяжение этих зарядов с противоположными знаками является связью системы, образующей из нее одно целое; именно она управляет периодами планет, а эти периоды определяют длину волны света, излучаемого атомом. Индукции конвекционных токов, вызванных движением этих электронов, атом, который из них образован, обязан своей видимой инерцией, которую мы называем его массой. Кроме этих связанных электронов, существуют и свободные электроны, такие, которые подчиняются тем же законам, что и газовые молекулы, и которые делают металлы проводниками. Последние сравнимы с кометами, которые движутся от одной звездной системы к другой и которые производят свободный обмен энергией между этими удаленными системами.

Но мы все еще не у предела; после электронов или атомов электричества пришел магнетон или атом магнетизма, который входит сейчас двумя различными путями: через изучение магнитных тел и через изучение спектров простых тел. Мне не нужно напоминать вам здесь превосходного сообщения Вейса и отношения соизмеримости, которую столь неожиданным образом выявили его опыты. Там также существуют численные соотношения, которые нельзя приписать случаю, и объяснение которых следует искать.

В то же время нужно объяснить столь странные законы распределения линий в спектре. Из работ Бальмера, Рунге, Кейзера, Ридберга следует, что эти линии распределяются в серии и в каждой серии подчиняются простым законам. Ближайшей мыслью является сопоставить эти законы с гармоническими. Так же, как дрожащая струна имеет бесконечное число степеней свободы, что позволяет ей дать бесконечное число звуков, частоты которых являются кратными основной частоты; так же, как звучащее тело сложной формы дает гармоники, законы которых аналогичны законам предыдущих, но, однако, менее простые; так же, как резонатор Герца способен на бесконечное число различных периодов, не может ли и атом по идентичным причинам дать бесконечное число различных излучений? Вы знаете, что эта столь простая мысль потерпела банкротство потому, что

по законам спектроскопии частота, а не ее квадрат, выражается так просто, потому что частота не становится бесконечной для гармоник бесконечно высокого порядка. Эта мысль должна быть изменена или отброшена. До сих пор она не поддавалась никаким ухищрениям и отказывалась согласоваться; это-то и заставило Рица ее отбросить. Он представляет себе колеблющийся атом образованным из вращающегося электрона и из множества магнетонов, расположенных один за другим. В таком случае уже не взаимное электростатическое притяжение электронов управляет длинами волн, а магнитное поле, создаваемое этими магнетонами.

Эту мысль принять несколько трудно, в ней есть, не знаю, что-то искусственное; но все-таки приходится ее принять хотя бы временно, потому что пока не найдено ничего другого, а искали хорошо.

Почему атомы водорода могут в спектре давать несколько линий? Это происходит не потому, что каждый из них мог бы давать все линии водородного спектра и что он действительно дает ту или другую линию в зависимости от начальных условий движения, а потому, что существуют атомы водорода нескольких сортов, которые различаются числом соответствующих им магнетонов, и потому, что каждый из этих сортов атомов дает различные линии. Спрашивается, могут ли эти атомы преобразовываться один в другой и как? Как может атом терять магнетоны (а это как будто происходит, когда переходят от одного аллотропического вида железа к другому)? Может ли магнетон выйти из атома, или же может ли часть магнетонов покинуть строй, чтобы расположиться неправильно?

Это расположение магнетонов друг за другом является существенной чертой гипотезы Рица; идеи Вейса, во всяком случае, должны сделать ее нам менее чуждой. Необходимо, чтобы магнетоны располагались если не друг за другом, то во всяком случае параллельно, так как они складываются арифметически или по крайней мере алгебраически, но не геометрически.

Что же такое магнетон? Является ли он чем-либо простым? Нет, если не желают отказываться от гипотезы элементарных токов Ампера; магнетон в таком

случае есть вихрь электронов, и вот наш атом все более и более усложняется.

Лучше всего позволяют нам понять сложность атома соображения Дебьерна в заключительной части его сообщения. Дело шло об объяснении закона радиоактивных преобразований. Это очень простой показательный закон, но если обратить внимание на его форму, то можно заметить, что это статистический закон, на нем видна печать случая. Здесь случай не есть следствие случайных встреч с другими атомами или другими внешними агентами. Причины преобразования лежат внутри самого преобразующегося атома; я имею в виду как случайную, так и основную причины. Внешние же обстоятельства, например температура, не оказывают влияния на коэффициент времени в показателе; этот коэффициент замечательно постоянен, и Кюри предлагает пользоваться им для абсолютного измерения времени.

Случай, управляющий этими преобразованиями, есть случай внутренний. Таким образом, атом радиоактивного вещества есть мир, и мир, подчиненный случаю. Но нужно помнить, что говорящий о случае говорит о больших числах; мир, образованный из малого количества элементов, будет подчиняться более или менее сложным законам, но эти законы не будут статистическими законами. Следовательно, атом должен быть сложным миром; верно то, что этот мир замкнутый (или по крайней мере почти замкнутый), он защищен от внешних возмущений, которые мы можем произвести. Так как существует внутренняя атомная статистика и, следовательно, термодинамика, то мы можем говорить о внутренней температуре атома. И что же! Она не имеет никакой тенденции прийти в равновесие с внешней температурой, как будто бы атом полностью закрыт абсолютно нетеплопроводной оболочкой. И именно потому, что он замкнут, потому, что его функции, ясно очерченные, охраняются строгими таможнями, атом и оказывается индивидуумом.

На первый взгляд эта сложность атома не представляет ничего поразительного для ума; казалось бы, что она не должна вызывать никакого смущения. Однако небольшое размышление не замедлит показать нам те трудности, которые мы обошли. Когда

мы считали атомы, мы считали степени свободы; мы неявно предположили, что каждый атом имеет их только три; это мы вывели из рассмотрения теплоемкостей. Но каждое новое усложнение должно вводить новую степень свободы, и тогда мы сильно отстаем в счете. Это затруднение не ускользнуло от создателей теории равномерного распределения энергии; их уже удивляло число линий в спектре, но, не находя никакого выхода, они взяли на себя смелость пойти дальше.

Естественным объяснением является представление атома как сложного мира, но мира замкнутого; внешние возмущения вовсе не отражаются на том, что происходит внутри атома, а то, что происходит внутри, вовсе не влияет на то, что происходит снаружи. Но это не будет вполне правильно, в таком случае мы навсегда игнорируем все то, что происходит внутри атома, и атом должен был бы нам представляться как простая материальная точка. Правильнее будет считать, что можно заглянуть внутрь атома, но только через маленькое окошко, что практически не существует обмена энергией между наружным и внутренним миром, а следовательно, и тенденции к равномерному распределению энергии между обоими мирами. Внутренняя температура, как я только что указывал, не стремится к равновесию с внешней температурой, поэтому-то теплоемкость является такой, какой бы она была, если бы этой внутренней сложности вовсе и не существовало. Представим себе сложное тело в виде полый сферы, стенки которой изнутри совершенно непроницаемы для тепла, и внутри нее массу разнообразных тел; наблюдаемая теплоемкость этого сложного тела будет теплоемкостью сферы, независимой от всех заключенных в нее тел.

Дверь, запирающая внутренний мир атома, однако, время от времени приотворяется; это происходит, когда, испуская частицу гелия, атом разрушается и спускается на один ранг в иерархии радиоактивности. Что же тогда происходит? Чем отличается это разложение от обычного химического разложения? Почему атом урана, образованный из гелия и других вещей, имеет больше прав на имя атома, чем, например, полумолекула циана, которая в столь многих отношениях похожа на простое тело, состоящее из

углерода и азота? Без сомнения потому, что атомная теплоемкость урана (я не знаю, измерена ли она) подчиняется закону Дюлонга и Пти и потому, что эта теплоемкость — именно теплоемкость простого атома; тогда она должна удваиваться в момент испускания гелия, когда первоначальный атом разбивается на два вторичных. Вследствие этого разложения атом приобретает новые степени свободы, способные действовать на внешний мир, и эти новые степени свободы выразятся в увеличении теплоемкости. Каково же будет следствие этой разницы между общей теплоемкостью составляющих и теплоемкостью соединения? Тепло, освобожденное при этом разложении, должно будет быстро изменяться с температурой, так что образование радиоактивных молекул, существенно эндотермическое при обычных температурах, становится экзотермическим при высоких температурах. Таким образом, до некоторой степени мы можем объяснить радиоактивные образования, которые все же остаются несколько таинственными.

Как бы то ни было, но это представление о маленьких замкнутых или только немного приоткрытых мирах недостаточно для полного решения вопроса. Необходимо, чтобы закон равномерного распределения энергии неограниченно царил вне этих замкнутых миров, за исключением тех случаев, когда одна из дверей приотворяется, но в действительности этого не происходит.

Теплоемкость твердых тел с понижением температуры быстро уменьшается. Дело происходит так, как если бы некоторые из их степеней свободы постепенно отмирали, так сказать, замерзали или, если вам больше нравится, как если бы они теряли всякое соприкосновение с внешним миром и в свою очередь прятались, уж я не знаю, за какую-то оболочку в неизвестный мне замкнутый мир.

С другой стороны, закон черного излучения не тот, которого ожидает теория равномерного распределения. Законом, который согласуется с этой теорией, является закон Рэлея, и этот закон, который несет в себе противоречие, так как он приводит к общему бесконечному излучению, совершенно противоречит опыту. В излучении черного тела света короткой длины волны во много раз меньше, чем этого

требует гипотеза равномерного распределения. Поэтому Планк и предложил свою теорию квантов, из которой следует, что обмен энергией между обыкновенной материей и теми маленькими резонаторами, колебания которых порождают свет раскаленных тел, не может происходить иначе, как внезапными скачками; любой из этих резонаторов не может приобретать или терять энергию непрерывно, он не может получить долю кванта, он должен получить или целый квант, или ничего.

Тогда почему теплоемкость твердого тела уменьшается при низкой температуре, почему некоторые степени свободы как будто не играют роли? Это происходит потому, что запас энергии, который им предоставлен при низкой температуре, недостаточен для того чтобы снабдить каждую из них квантом; некоторые из них будут иметь право только на часть его, но так как они хотят получить все или ничего, то они ничего и не получают и остаются как бы парализованными.

Точно так же в излучении некоторые резонаторы, которые не могут получить целый квант, не получают ничего и остаются неподвижными, так что излученного света гораздо меньше при низкой температуре, чем было бы без этого обстоятельства. А так как требуемый квант тем больше, чем меньше длина волны, но и резонаторы короткой длины волны затихают прежде всего, так что количество света короткой длины волны оказывается гораздо меньшим, чем того требует закон Рэлея.

Заявлять, что подобная теория вызывает много трудностей, было бы величайшей наивностью; когда высказывают столь смелую идею, конечно, ожидают встречи с трудностями, ибо прекрасно понимают, что ею переворачивают все воззрения прошлого, и уже не удивляются никакому препятствию, наоборот, будут удивляться, не находя их. Таким образом, эти затруднения не кажутся вескими возражениями. Я все-таки возьму на себя смелость отметить вам некоторые из них; я не стану выбирать самые большие и самые очевидные, которые представляются всякому уму, это и действительно не нужно, так как всякий понимает их сразу; я просто хочу рассказать вам те последовательные состояния духа, через которые я прошел.

Я спросил себя: в чем заключается ценность предложенных доказательств? Я увидел, что вычисляли вероятности различных распределений энергии, просто их перечисляя, потому что благодаря сделанной гипотезе число этих состояний конечное, но я неясно видел, почему их рассматривали как равновероятные. Затем вводили известные зависимости между температурой, энтропией и вероятностью; последние предполагают возможность термодинамического равновесия, так как эти зависимости доказаны в предположении возможности этого равновесия. Я прекрасно знаю, что это равновесие возможно, как показывает опыт, но меня это не удовлетворяло; необходимо было показать, что это равновесие совместимо со сделанной гипотезой и даже что оно является необходимым ее следствием. Я не имел ясно выраженных сомнений, но я чувствовал необходимость яснее разобраться, а для этого необходимо было несколько углубиться в детали механизма.

Чтобы могло существовать распределение энергии между резонаторами различной длины волны, колебания которых являются причиной излучения, необходимо, чтобы они могли обмениваться энергией; без этого первоначальное распределение будет существовать бесконечно, и так как это первоначальное распределение произвольно, то не может быть и речи ни о каком законе излучения. Резонатор не может передать эфиру и не может получить от него ничего, кроме света вполне определенной длины волны. Если бы, следовательно, резонаторы не могли механически, т. е. без посредства эфира, действовать один на другой, если бы, с другой стороны, они были закреплены и замкнуты в определенной оболочке, то каждый из них мог бы излучать или поглощать только свет определенного цвета. Он мог бы обмениваться энергией лишь с теми резонаторами, с которыми он находится в совершенном резонансе, и первоначальное распределение оставалось бы неизменным. Но мы можем представить себе два способа обмена, которые не вызовут такого возражения. С одной стороны, атомы и свободные электроны могут двигаться от одного резонатора к другому, ударять резонатор, сообщать ему и получать от него энергию. С другой стороны, свет, отражаясь от подвижных

зеркал, меняет свою длину волны согласно принципу Доплера — Физо.

Свободны ли мы в выборе этих двух механизмов? Нет. Очевидно, что как один, так и другой должны быть приняты во внимание, и необходимо, чтобы как один, так и другой приводили нас к одному и тому же закону излучения. Действительно, что бы произошло, если бы результаты были противоречивы, если бы, например, механизм ударов, действуя самостоятельно, стремился к созданию определенного закона излучения, например закона Планка, в то время как механизм Доплера—Физо стремился бы к другому? А вот что произошло бы: оба эти механизма, действуя одновременно, но попеременно перевешивая в зависимости от случайных обстоятельств, заставили бы мир постоянно колебаться от одного закона к другому; он бы уже не стремился к определенному конечному состоянию, к термической смерти, где бы он уже не знал больше изменений, второе начало термодинамики не было бы уже верным.

Таким образом, я решил последовательно исследовать оба процесса и начал с механического действия, с удара. Вы знаете, почему старые теории настойчиво приводят нас к закону равномерного распределения: это происходит потому, что они предполагают, что все уравнения механики выражаются в форме Гамильтона и, следовательно, что они предполагают единицу последним множителем в смысле Якоби. Приходится предположить, что законы столкновения свободного электрона с резонатором не заключаются в этой форме и что последний множитель уже не единица, а какой-то другой. Необходимо, чтобы они имели последний множитель, иначе второе начало термодинамики не будет верным, и мы встретим то же самое затруднение, что и выше, но не следует, чтобы этот множитель был равен единице.

Именно последний множитель и измеряет вероятность данного состояния системы (лучше сказать то, что можно было бы назвать плотностью вероятности). В гипотезе квантов этот множитель не может быть непрерывной функцией, так как вероятность состояния должна быть равна нулю всякий раз, как соответствующая ему энергия не является кратным кванта. В этом скрывается очевидное затруднение, но оно

принадлежит к таким, с которыми мы заранее примирились, и я на нем не остановился. Тогда я довел вычисление до конца и нашел закон Планка, полностью подтверждая тем самым взгляды немецкого физика.

Затем я перешел к механизму Доплера—Физо. Представим себе оболочку, образованную из тела насоса и поршня с идеально отражающими стенками. В этой оболочке заключено некоторое количество световой энергии с некоторым распределением длин волн, но не заключен источник света; световая энергия в ней заключена раз и навсегда.

Пока поршень остается неподвижным, распределение не может измениться, так как свет при отражении сохраняет свою длину волны; но при передвижении поршня распределение изменяется. Пока скорость поршня очень мала, процесс обратим, и энтропия должна оставаться постоянной. Таким образом, мы вновь производим анализ Вина и находим его закон, но мы не продвинулись дальше, так как этот закон общий и для старой, и для новой теорий. Когда же скорость поршня не слишком мала, процесс становится необратимым, так что термодинамический анализ уже приводит нас не к равенствам, а к простым неравенствам, из которых нельзя извлечь выводы.

Кажется, однако, что можно рассуждать следующим образом: положим, начальным распределением энергии будет распределение энергии черного тела; оно, очевидно, такое, которое соответствует максимуму энтропии. Если сообщить несколько толчков поршню, то первоначальное распределение должно сохраниться, иначе энтропия уменьшится; и даже при любом начальном распределении после очень большого числа движений поршня конечное распределение должно быть таким, которое дает максимальную энтропию, т. е. излучением черного тела. Такое рассуждение не представляет ценности.

Распределение стремится приблизиться к распределению черного излучения; оно не может отклониться от него, так же как тепло не может переходить от холодного тела к тепловому, т. е. это не может произойти без уравнивающего действия. В самом деле, здесь есть обратное действие: давая движение

поршню, производят работу, которая выражается в возрастании световой энергии, замкнутой в насосе, т. е. преобразуется в тепло.

Такого затруднения мы не встретим, если движущиеся тела, от которых происходит отражение света, будут бесконечно малы и бесконечны числом, так как тогда их живая сила уже не будет механической работой, а будет теплом; тогда уже невозможно будет компенсировать уменьшение энтропии, соответствующее изменению в распределении длин волн, преобразованием этой работы в тепло и тогда мы будем иметь право заключить, что если начальным распределением является распределение черного излучения, то это распределение и должно будет оставаться бесконечно.

Представим себе оболочку с отражающими неизменяемыми стенками; заключим в нее не только световую энергию, но и газ; тогда молекулы газа будут играть роль подвижных зеркал. Если распределение длин волн является соответствующим черному излучению при температуре газа, то это состояние должно быть устойчивым, т. е.:

1) действие света на молекулы не заставит их менять температуру;

2) действие молекул на свет не нарушит распределения.

Эйнштейн изучал действие света на молекулы; эти молекулы действительно подвергаются чему-то, напоминающему давление излучения. Эйнштейн, однако, не встал на эту простую точку зрения; он сравнил эти молекулы с малыми подвижными резонаторами, способными обладать сразу и живой силой движения, и энергией электрических колебаний. Результат во всех случаях был один и тот же, он нашел закон Рэлея.

Что касается меня, то я поступил наоборот, т. е. изучил влияние молекул на свет. Молекулы слишком малы, чтобы дать правильное отражение; они производят только рассеяние. Что представляет собой это рассеяние, когда не принимают во внимание движение молекул, мы знаем как на опыте, так и теоретически; оно дает голубой цвет неба. Это рассеяние не изменяет длины волны, но оно тем интенсивней, чем длина волны меньше.

Теперь необходимо перейти от действия молекулы в покое к действию движущейся молекулы, чтобы принять во внимание тепловое движение. Это просто, нам нужно только применить принцип относительности Лоренца; из него следует, что различные пучки одной и той же действительной длины волны, приходя к молекуле по различным направлениям, не будут иметь одинаковой длины волны с точки зрения наблюдателя, считающего молекулу покоящейся. Кажущаяся длина волны не изменится путем дифракции, но не так обстоит дело с действительной длиной волны.

Таким образом, мы приходим к интересному закону; световая энергия, отраженная или рассеянная, не равна падающей световой энергии; оказывается, что не энергия, а произведение энергии на длину волны остается неизменным. Сперва я был очень доволен. Действительно, из этого вытекало, что падающий квант дает рассеянный квант, так как квант обратно пропорционален длине волны. К несчастью, это ничего не дало.

Этот анализ привел меня к закону Рэлея; я это предвидел, но надеялся, что, видя, как я приду к закону Рэлея, я замечу более отчетливо, какие изменения необходимо сделать в гипотезах, чтобы получить закон Планка. Эта надежда не сбылась.

Моей первой мыслью было искать что-либо похожее на гипотезу квантов. Было бы действительно удивительно, чтобы два совершенно различных объяснения истолковывали одно и то же отклонение от закона равномерного распределения в зависимости от того механизма, который вызывал это отклонение. Как могла сказываться дискретная структура энергии? Можно было бы предположить, что эта дискретность принадлежит самой световой энергии, когда она движется в свободном эфире, что, следовательно, свет падает на молекулы не компактной массой, а отдельными небольшими порциями. Легко увидеть, что это не изменит результата.

Или же можно было бы предположить, что дискретность образуется в самый момент рассеяния, что рассеивающая молекула преобразует свет не непрерывно, а последовательными квантами; но это не подходит, потому что, если трансформируемый свет

должен был бы ожидать, как если бы имели дело с омнибусом, который дожидается пополнения, то в результате неизбежно получилось бы опоздание. Теория же лорда Рэлея учит, что рассеяние света молекулами, когда оно происходит без изменения направления падающего луча, производит просто обыкновенное преломление, т. е. что рассеянный свет правильно интерферирует с падающим, что было бы невозможно, если бы была потеря фазы.

Если мы беспристрастно будем искать то из наших допущений, которое следует отбросить, то мы все-таки окажемся в недоумении: не видно, как можно было бы отказаться от принципа относительности. Не нужно ли в таком случае изменить закон рассеяния покоящимися молекулами? Это также достаточно трудно, ведь не можем же мы фантазировать в такой мере, чтобы перестать верить в голубой цвет неба.

Я останусь в этом недоумении и закончу следующим соображением. По мере прогресса науки становится все труднее найти место новому факту, который не пристраивается естественным образом. Старые теории основываются на большом числе количественных совпадений, которые не могут быть приписаны случаю. Мы не можем расторгнуть того, что они соединили; мы больше не можем разбивать рамок, мы должны стараться их изогнуть, но они не всегда этому поддаются.

Теория равномерного распределения объясняла столько фактов, что должна содержать долю истины. С другой стороны, она верна не полностью, потому что она не объясняет всего. Ее нельзя ни отбросить, ни сохранить неизменной, а изменения, которые напрашиваются, столь странны, что не решаешься с ними примириться. При современном состоянии науки мы можем только отметить эти затруднения, а не разрешить.

Глава VII

НОВЫЕ КОНЦЕПЦИИ МАТЕРИИ

Поскольку настоящая лекция составляет часть цикла, предметом которого является материализм, то, может быть, некоторые из вас ждут, что же я

ответу на часто задаваемый ученым вопрос: ведет ли наука к материализму? Но подобный вопрос не допускает исчерпывающего ответа, и я признаюсь вам, что не вполне ясно понимаю его смысл. Не совсем ясно я представляю себе и смысл слова «материалист». Если материалистом оказываются всякий раз, когда материи отводят главенствующую роль, то очевидно, что наука материалистична, поскольку науки о природе, и в частности физика и химия, имеют своим объектом именно материю. Это, однако, не означает, что все ученые — сплошь материалисты хотя бы уже потому, что их научная деятельность не равнозначна всей их жизни. Несколько лучше я понимаю смысл слова «детерминист», хотя при более глубоком размышлении я не остаюсь в прежней уверенности, что хорошо понимаю его. Но в случае науки — о да, наука явно детерминистична, она такова по определению. Недетерминистической науки не может существовать, а мир, в котором не царит детерминизм, был бы закрыт для ученых. И когда задают вопрос о том, каковы пределы детерминизма, то это равнозначно вопросу, как далеко может простираться область науки и где находятся границы, за пределами которых она бессильна.

В этой связи всякий прогресс науки — это успех для детерминизма, и если достижениям ученых не может быть когда-либо положен предел, то напрашивается вывод о том, что в результате не останется места для свободы и, следовательно, для разума. Может показаться, что это случится весьма скоро. Однако, поскольку наука неабсолютна, то свобода сохранит за собой некоторое скромное место и, даже если оно должно непрерывно уменьшаться, его все же будет достаточно, чтобы свобода оставалась направляющей силой. Итак, наука всегда будет несовершенной и не только потому, что наши способности ограничены. Она будет несовершенной по определению, и для всех, кто имеет дело с наукой, неизбежна и проблема дуализма познающего разума и познаваемого им объекта. И как долго существует эта дуальность, как долго разум будет отличаться от своего объекта, до тех пор разум не сможет в совершенстве познать объект, ибо он будет видеть в нем только его внешнюю сторону. Вопрос о материа-

лизме и в не меньшей степени вопрос о детерминизме, которые я не отделяю друг от друга, в конечном счете не могут быть решены собственно наукой.

Разумеется, это не меняет того обстоятельства, что среди физических теорий имеются такие, которые, если можно так выразиться, особенно критичны для проблемы материализма, и это именно те теории, которые наиболее близки физикам, потому что в них выражено стремление к простоте, ясности и устранению, насколько это только возможно, всего таинственного. К таковым относятся теории, основанные на представлениях атомизма и механицизма. Со времен Демокрита атомизм всегда имел своих приверженцев, и следует признать, что он действительно весьма соблазнителен. Разум не любит плохо задуманных исследований, не оставляющих никакой надежды довести их до конца, — ему предпочтительно полагать, что в один прекрасный день он сумеет обнаружить простейшие первоэлементы мироздания, а затем ему останется лишь почивать на лаврах. Есть только два способа понимать атомизм. Атомы можно считать первоэлементами в абсолютном смысле этого слова, представляя их совершенно неделимыми в соответствии с этимологическим смыслом самого слова «атом». В этом случае, проникнув вплоть до атома, мы могли бы удовлетвориться и достигнуть полного метафизического душевного спокойствия. К сожалению, такое состояние блаженства не может быть длительным, ибо, если фундаментальная потребность нашего разума находить первоэлементы и получает удовлетворение, нам присущи еще и другие потребности. Нам недостаточно понимать — мы хотим еще и видеть, нам недостаточно пересчитать все атомы — мы хотим их представлять себе, мы приписываем им некоторую форму и этого уже довольно для того, чтобы мы могли рассматривать их как неделимые лишь для средств, располагаемых нами сейчас, но не для более мощных средств, которые мы можем себе вообразить. Этого довольно и для того, чтобы перед нами неизбежно вставал вопрос: не существуют ли первоэлементы, составляющие атом, так сказать «атомы атомов»?

Аналогично обстоит дело и с механицизмом. Нам представляется, что мы лучше понимаем передачу

действия путем соприкосновения, нежели действие на расстоянии. Это последнее содержит в себе нечто таинственное, естественно наводящее на мысль о некотором вмешательстве в наш мир извне и именно поэтому я говорю сейчас, что механицизм пронизан материализмом. Призвание ученых состоит в том, чтобы устранять все таинственное и тем самым всегда продвигаться хотя бы немного вперед. Безусловно, ученые испытывают тем большее удовлетворение, чем более значительно это продвижение, — именно этим объясняется то, что почти все ученые, если даже их личные философские убеждения были весьма далеки от материализма, всегда имели пристрастие к механистическим объяснениям. И когда где-нибудь обнаруживают действие на расстоянии, стремятся представить себе и промежуточную среду, которая обладает свойством передавать это действие от точки к ближайшей точке. Однако на этом пути продвинулись не слишком-то далеко, ибо если эта среда непрерывна, то это не дает никакого удовлетворения нашей привязанности к простоте, т. е. нашей потребности все понимать. Если же она состоит из атомов, то атомы не могут находиться в постоянном соприкосновении, хотя они и расположены на очень малых расстояниях друг от друга, равных, по всей вероятности, одной миллиардной миллиметра. Но это все-таки конечное расстояние и его значение такого же характера, как и километра, — для философа это в принципе одно и то же. Ведь необходимо, чтобы действие передавалось от одного атома к другому — только так оно становится действием на расстоянии. Это означает, что когда-нибудь потребуются между атомами нашей первой среды вообразить вторую, более тонкую среду, предназначенную для передачи действия между ними.

Эти доводы поясняют, почему наука всегда обречена периодически переходить от атомизма к непрерывности, от механицизма к динамизму и обратно и почему эти колебания никогда не прекратятся. Однако это не должно мешать нам подводить итог современному положению вещей и задавать вопрос, в какой же фазе колебания мы находимся теперь, хотя мы и уверены, что через некоторое время окажемся в противоположной фазе.

И вот я, не колеблясь, утверждаю, что в данный момент мы продвигаемся в сторону атомизма, а механицизм преобразуется, уточняется, «обрастает мясом» и мы сейчас увидим, в какой мере. Тридцать лет тому назад мои заключения были бы совершенно другими. В то время, казалось, вернулись надежды и энтузиазм предыдущего периода, хотя они и представлялись нам даже несколько наивными. Доводы, которые тогда приводили в пользу дискретности материи, были ценны в том отношении, что они давали нам набор удобных гипотез. Но им уже не приписывали доказательной силы и искали способ избежать их. Многие были склонны следовать г-ну Дюгему, который стремился обосновать некую термодинамику, свободную от гипотез и основанную исключительно на эксперименте, по принципу *hypotheses non fingo* (гипотез не измышляю), — термодинамику, в которой было много интегралов и не было атомов. Что же произошло затем?

Великой твердыней механицизма является кинетическая теория газов. Но что же такое газ? Некоторые отвечают, что ничего не знают об этом. Очевидно, что это наиболее осторожный, но ни к чему не обязывающий ответ и он предохраняет нас от ошибки только потому, что не оставляет никаких шансов обнаружить истину, — ведь решение не двигаться под предлогом, что можно сбиться с пути, не является средством для достижения цели. Но тех, которые отвечают так, становится все меньше и меньше, а все остальные сходятся на том, что газ — это собрание большого числа молекул, которые произвольно движутся с большими скоростями, ударяясь о стенки сосуда и сталкиваясь между собой. Подобно этому ведет себя рой мошкары, летящей наугад в закрытой комнате и сталкивающейся со стенками, потолком или окнами. Ударяясь о стенки, эти молекулы оказывают давление на них и вызывают их смещение, если они не закреплены неподвижно. С возрастанием плотности соответственно растет число столкновений, потому что больше мошкары ударяется о стены, и в результате возрастает давление — это закон Мариотта; при нагревании газа скорости молекул возрастают и столкновения становятся более сильными, и если стенки остаются неподвижными и не позволяют газу

расширяться, давление также растет — это закон Гей-Люссака.

В итоге общие свойства газов легко объяснялись таким способом, но на пути детального описания оставалось достаточно трудностей, которые ставили в тупик некоторых ученых и заставляли задуматься, не является ли достигнутое объяснение весьма упрощенным. Исследование растворов, например водного раствора соли, привело к неожиданному сопоставлению. Было установлено, что растворенные в воде молекулы соли ведут себя в стакане воды аналогично молекулам газа, наполняющего закрытый сосуд, — т. е. подобно рою мошкеры, попавшей в зал. Совпадения в количественном описании обоих явлений не могли быть отнесены к случайности и их можно было уже рассматривать как подтверждение существования молекул, но следует отметить, что все еще не удалось увидеть молекулы соли, как и молекулы газа, из-за малости их размеров.

Уже довольно давно один натуралист рассматривал в микроскоп органические жидкости и увидел в них частицы, подверженные беспорядочным и очень быстрым движениям. Такое явление было названо броуновским движением. Этот исследователь считал, что имеет дело с живыми существами. Но вскоре было замечено, что инертные частицы, например пылинки краски кармина, ведут себя с не меньшим пылом. Натуралисты уклонились от объяснения этого явления, считая это делом физиков. В свою очередь физики не считали нужным изучать его. Эти натуралисты, говорили они уверенно, не умеют рассуждать и делать выводы. Они же сильно освещают свой препарат в микроскопе, а освещая его, они его нагревают, и тепло вызывает в жидкости нерегулярные течения. Но, наконец, Гуи решил рассмотреть это явление. Его результат не имел ничего общего с прежними мнениями. Это было совершенно новое явление. Видимые частицы совершают движения, и с первого взгляда можно подумать, что они не находятся под действием какой-либо движущей силы и что налицо вечное движение. В действительности же именно столкновения невидимых молекул раствора с видимыми частицами приводят их в движение. Так вот, если мы вернемся к нашей мошкере (хотя наши

глаза недостаточно хороши, чтобы ее видеть) и если среди нее находятся несколько больших мух, то мы могли бы наблюдать их движения и делать выводы о движениях мошкары в случае, если эти мухи не меняют свой путь движения по своему намерению так, чтобы догнать или разминуться с теми насекомыми, которые невидимы для нас из-за малости их размеров.

И все же на сей раз их увидели и я хотел бы пояснить вам, каким способом сосчитали число молекул. Теория учит нас, что вследствие непрекращающихся столкновений скорости молекул перераспределяются до достижения некоторого усредненного распределения этих скоростей, которое затем сохраняется бесконечно долго. В том распределении большие молекулы движутся менее быстро по сравнению с малыми, поскольку выполняется условие равенства в среднем для движущей силы у молекул любых размеров. А видимые нами частицы, испытывающие броуновское движение, — наши большие мухи — это на самом деле очень большие молекулы. Мы знаем их скорость по наблюдениям их движений и мы знаем их размеры, ибо видим их. С другой стороны, теория обеспечивает нам значения скоростей малых молекул, и поскольку движущая сила одних должна быть такой же, как и у других, то известное правило дает нам массу малых молекул, собственно говоря, просто молекул.

Перрен подошел к этой задаче, используя несколько иной метод. Возьмем для примера земную атмосферу. По мере подъема вверх давление и плотность воздуха в ней уменьшаются, температура также уменьшается. Однако во всех последующих рассуждениях мы будем предполагать, что в результате некоторого процесса нагревания в атмосфере поддерживается одинаковая и постоянная температура. Вы хорошо понимаете, что с помощью элементарных законов физики очень легко представить себе поведение этой условной атмосферы с поддерживаемой в ней постоянной температурой, не обращая внимания на то, что наша реальная атмосфера ведет себя совершенно иначе. Если нашу атмосферу, рассматриваемую при постоянной температуре, полагать состоящей из водорода, то ее плотность будет падать медленно, ибо молекулы водорода имеют значительно

меньшие размеры, чем молекулы кислорода или азота. Размеры же атмосферы из водорода возрастают в соответствующей пропорции, но они, напротив, уменьшились бы в случае атмосферы из более тяжелых, чем у кислорода и азота, молекул. Так вот, возьмем видимые глазом частицы — «большие мухи» и рассмотрим их как броуновские частицы, находящиеся во взвешенном состоянии в воде, — таким образом мы получим некую атмосферу в миниатюре, которую мы можем изучать и которая имеет постоянную температуру, поскольку она погружена в воду. Сравнивая ее с атмосферой из водорода при такой же температуре, мы установим пропорциональность между ними, т. е. определим, во сколько раз взятые нами частицы массивнее молекул водорода.

Именно таким путем Перрен смог установить число атомов в одном грамме водорода. Оно оказалось значительно меньше, чем это полагали ранее, а именно, в нем их всего лишь шестьсот восемьдесят три тысячи миллиардов миллиардов. Однако не будем пока говорить, что мы видим атомы только потому, что мы их пересчитали, — ведь когда делают расчет, то заранее хорошо знают, что в результате получат некую цифру, и не следует слишком обольщаться тем, что она получена. Это еще не является доказательством того, что атомы существуют.

Но вот нечто более серьезное. Имеется еще другой способ увидеть атомы — он обеспечивается прибором, называемым спинтарископом. Он устроен так: берется небольшое количество радия и на некотором расстоянии от него ставится фосфоресцирующий экран, например, из сернистого цинка. Наблюдая за экраном, время от времени видят вспышку, что-то вроде звездочки. Эти звездочки вполне отличимы одна от другой и их можно пересчитать. Сэр У. Крукс полагал, что каждая звездочка — это атом гелия, который отделяется от радия и бомбардирует экран из сернистого соединения. Однако оставалось сомнение: не является ли вспышка свойством самого сернистого соединения, перетерпевающего скачкообразное изменение после того, как в нем постепенно накапливается достаточное количество энергии и которая, так сказать, «прорывается» в результате довольно длительного нагревания (а это, конечно, не означает, что

все тепло было получено в виде одноразовой порции)?

Однако обратим внимание на следующее: поскольку мы располагаем другим способом подсчета молекул, абсолютно не зависимым от метода Перрена, нам остается сравнить их результаты. Второй метод дает число шестьсот пятьдесят тысяч миллиардов миллиардов. Это блестящее и совершенно неожиданное согласие. Вы видите, что разница не превышает нескольких тысяч миллиардов миллиардов.

На этот раз есть чем восхищаться: более дюжины методов, совершенно независимых друг от друга и которые я не буду перечислять, чтобы не утомить вас, приводят к одному и тому же результату. Если бы в одном грамме было больше или меньше молекул, то голубизна неба была бы совсем иной, раскаленные тела излучали бы в большей или меньшей мере и т. д. Теперь несомненно, что мы видим атомы.

А сейчас я остановлюсь для некоторого образного сравнения. Вообразим себе гиганта, вооруженного необычно большим телескопом. Он движется из глубины темной бездны неба, направляясь к некоему подобию облака, которое светится сиянием молочного цвета. Это наш Млечный путь, и мы знаем, что это именно он, ибо мы находимся внутри него. Мы знаем, что он образован из миллиардов миров, похожих на нашу Вселенную. Но наш гигант теряется в догадках и он не без оснований задает себе вопрос: образовано ли это облако из непрерывной материи или оно состоит из атомов? Тем временем он все более приближается к облаку и в один прекрасный день его телескоп демонстрирует ему мириады светящихся точек. «А! На этот раз вот они,— говорит он себе,— они тут, я обнаружил атомы!» Но этому несчастному невдомек, что эти атомы являются на самом деле Солнцами, что каждое из них — центр некой системы планет, что на каждой планете живут миллионы существ, которые ведут нескончаемые дискуссии, стремясь узнать, не образованы ли они сами из атомов.

Так вот, в таком же положении находимся и мы. Мы только что узрели атомы, и сразу же для этих атомов возникает такая же проблема, как и для тел больших размеров, которую поставил перед нами наш разум: не представляет ли собой каждый из

атомов некий мир и из каких элементов построен каждый из этих миров? К счастью, мы все-таки опередили в развитии нашего гиганта, ибо мы уже распознаем сложное устройство каждого атома, мы начинаем видеть его внутренние детали, и все ученые ответят удивленным пожиманием плеч на попытки убеждать их в том, что атомы химиков, именно те, которые мы только что подсчитывали, представляют собой математические точки, неделимые сущности, как это представляет себе древний грек.

И прежде всего мы буквально видим, как наши прежние атомы распадаются на части на наших глазах. Радиоактивные вещества, именно вследствие их активности, все время претерпевают превращения. Если мы возьмем уран, то увидим, что он постоянно испускает гелий, и именно эта непрерывная эмиссия обуславливает его излучающие свойства; он превращается в радий, и этот последний в свою очередь испускает гелий и после нескольких этапов переходит в полоний. Несомненно, что цепочка распада не кончается на этом, ибо конец наступит только при переходе к некоему обычному веществу, не обладающему радиоактивностью. Но здесь мы все еще имеем дело с обычным распадом химических элементов, отличающихся от привычных медленных превращений только чрезвычайно большой выделяемой теплотой и сопутствующими загадочными явлениями. И этот процесс может быть описан, как и все химические реакции, неким уравнением, поскольку продуктами распада являются вполне осязаемые тела, уже известные науке и записанные в каталоги. Здесь все дело в том, что некоторые тела, которые считались простыми, оказались составными — вот и все. Старая же атомная доктрина осталась незыблемой.

Но если мы посмотрим глубже, то увидим, что атом распадается на гораздо более мелкие части, которые называют электронами. Вы все знаете трубки, используемые физиками и медиками для получения X-лучей и для целей радиографии. Это большие стеклянные ампулы, внутри которых создан вакуум и в которые вставлены электроды, присоединенные к источнику электричества. При прохождении тока внутри трубки ее стеклянные стенки светятся сильным зеленоватым светом. С отрицательного электро-

да — катода — испускается специфическое излучение, называемое катодными лучами, и именно эти лучи при столкновении со стенками стеклянной трубки вызывают ее свечение и именно они при столкновении с антикатодом, т. е. электродом, противоположно размещенным по отношению к катоду, образуют X-лучи, о которых я не буду сейчас более распространяться. Что же такое катодные лучи? Это пучок направленно движущихся отрицательно заряженных частиц, заряд которых может быть измерен, — эти частицы называют электронами. Исследуя действие магнитных и электрических сил на поведение катодных лучей, можно измерить скорость этих частиц, которая чрезвычайно велика, а также отношение их заряда к их массе. Имеются основания полагать, что этот заряд такой же, как и переносимый атомом в процессе диссоциации соляных растворов при пропускании через них электрического тока. В результате установили, что масса электрона в тысячи раз меньше массы атома водорода. Это приводит к представлению, что атом в некотором смысле подобен Солнечной системе, в центре которой находится относительно массивное тело с положительным зарядом, и вокруг него, как вокруг небесного светила, вращаются некие подобия планет, значительно меньшие и заряженные отрицательно, — они и являются электронами. Центральное Солнце притягивает эти планеты потому, что оно заряжено положительно, и потому, что положительные и отрицательные заряды взаимно притягиваются, — перед нами аналог ньютоновской гравитации, которая управляет нашей Солнечной системой. И кроме того, для нас, наблюдающих атом извне, он не представляется заряженным, потому что он несет равные количества положительного электричества на центральном теле и отрицательного — на подобиях планет.

Этот новый шаг вперед явился еще одной победой атомизма. Теперь уже не только вещество, но и электричество перестало быть делимым до бесконечности и предстало в виде неких недробимых элементов, ибо мы не располагаем каким-либо средством разрезать электрон на две половины, отнять у него и перенести половину его заряда. Электрон — это истинный атом электричества.

И тем не менее мы не можем остановиться на достигнутом этапе, на котором первоэлементы представляются маленькими частицами с малой массой и неизменным электрическим зарядом. Некоторых ученых уже привлекал вопрос о происхождении массы этих частиц, и они пришли к выводу, что существует лишь видимость массы, что масса обусловлена исключительно электромагнитными эффектами, вызванными изменениями в окружающем эфире вследствие смещения электрического заряда. К сожалению, я не имею возможности дать вам представление об их доводах и потому изложил только их результат. Если и имеется некий атрибут, который органически должен быть присущ материи, то это, конечно, масса. Эта связь настолько существенна, что сами слова «масса» и «материя» воспринимаются почти как синонимы — с весами в руках Лавуазье, показав неизменность массы, продемонстрировал неуничтожимость материи.

Но вот мы пришли к тому, что масса — всего лишь только видимость и что многие факторы, и в первую очередь скорость, могут изменять ее. Одним ударом у материи была отобрана ее активная роль и перенесена на эфир — этот истинный кладезь явлений, ранее относимых на счет массы. Теперь уже нет более прежней материи, а есть только дырки в эфире. А поскольку эти дырки не могут перемещаться без возмущения окружающего их эфира, то требуется приложить усилие для их перемещения. Следовательно, хотя они и кажутся обладающими инерцией, в действительности эта инерция принадлежит эфиру.

Все это напоминает нам о ранее забытом нами эфире. Итак, эфир представляется нам в виде непрерывной среды, и возможно, что он состоит из атомов. Но это всего лишь зыбкая гипотеза, ибо мы не видим атомы эфира, как мы видим теперь те атомы, с которыми имеет дело химия, — в действительности же мы можем их только воображать себе. На этом уровне мы будем считать, по крайней мере временно, что в эфирной среде, в этой единственной по-настоящему активной среде, восстановлена непрерывность.

И заканчивая, я должен сказать несколько слов о последней перипетии борьбы между атомистами и борниками непрерывности, представляющей совершен-

по неожиданный и самый изумительный эпизод во всей этой истории. Планк считает, что имеются достаточные основания для вывода, что обмен теплом между соседними телами, совершаемый посредством излучения, может происходить только скачками — прерывистыми порциями. Именно это он называет теорией квантов. Мне трудно судить, насколько вы отдаете себе отчет в странности этой гипотезы и, пытаясь сделать ее как можно более понятной для вас, я воспользуюсь ее крайними следствиями, к которым, как мне представляется, она должна нас неизбежно привести. Итак, мир более не изменяется непрерывным образом, бесконечно малыми неощутимыми порциями — он изменяется скачками. Эти скачки очень малы для регистрации их глазами таких близоруких существ, как человек, и именно их малость создавала нам иллюзию непрерывности — известно, что близорукие, глядя на страницу печатного текста, с некоторого расстояния не различают черных букв и остального белого поля листа, а видят одну однородную серую поверхность. Теперь уже нельзя говорить, что «природа не делает скачков» (*Natura non facit saltus*), — на самом деле она поступает именно наоборот. И не только материя, возможно, сводится к атомам, а даже и мировая история и, я скажу, даже само время, поскольку два мгновения, заключенные в интервале между двумя скачками, не могут быть различимы, ибо они принадлежат одному и тому же состоянию мира.

Однако не следует слишком спешить, ибо сейчас очевидно лишь то, что мы весьма далеки от завершения борьбы между двумя стилями мышления — одного, характерного для атомистов, верящих в существование простейших первоэлементов, очень большого, но конечного числа комбинаций которых достаточно для объяснения всего разнообразия аспектов Вселенной, и другого, присущего приверженцам идей непрерывности и бесконечности. Эта борьба будет длиться все время, пока люди будут заниматься наукой, пока мыслит человечество. Она обусловлена противоборством двух непримиримых потребностей человеческого разума, от которых он не может избавиться, не перестав быть таковым, — потребности понимать, — а мы можем понять только конечное, и по-

требность видеть, — а мы можем видеть только протяженное, которое есть бесконечное.

Если эта борьба и не должна привести к окончательной победе одной из борющихся сторон, то это вовсе не означает, что она бесплодна, ибо при каждом новом сражении перемещается само поле сражения и в результате каждый раз совершается шаг вперед — завоевание, достигающееся не одному из противников, а всему человечеству.

Глава VIII

НОВАЯ МЕХАНИКА

Я должен извиниться за то, что вынужден сегодня говорить по-французски. Хотя на предыдущих моих лекциях я объяснялся по-немецки, но объяснялся слишком плохо: говорить на чужом языке так же трудно, как хромоте ходить; нужны костыли. До сих пор моими костылями были математические формулы, и вы не можете себе представить, какая это поддержка для оратора, который встречает затруднения в выражении своих мыслей. Сегодня я не хочу пользоваться формулами, я остаюсь без костылей и поэтому должен говорить по-французски.

Всем известно, что в этом мире нет ничего окончательно установленного, неизменного. Самые великие, самые могущественные государства не вечны; это — излюбленная тема пророков. Научные теории, так же как и государства, не могут быть уверены в завтрашнем дне. Вряд ли вы найдете другую теорию, которая казалась бы менее подверженной разрушительной силе времени, чем механика Ньютона; она представлялась непоколебимым монументом. И вот в настоящее время, если нельзя еще сказать, что монумент повержен на землю — это было бы преждевременно, — то во всяком случае он сильно пострадал под ударами великих разрушителей. Один из них, Макс Абрагам, находится среди вас, другой — голландский физик Лоренц. Я хотел бы сказать вам несколько слов о развалинах старого здания и о новой постройке, которую хотят воздвигнуть на его месте.

Прежде всего можно задать вопрос: что характеризует старую механику? Старую механику характеризует следующий простой факт: я беру тело, нахо-

дящееся в покое, и сообщаю ему импульс, другими словами, прилагаю к нему в течение определенного промежутка времени определенную силу. Тело приходит в движение и приобретает некоторую скорость; когда эта скорость достигнута, прилагаем снова ту же силу в течение такого же времени — скорость удвоится; если мы будем повторять это, то скорость утроится после того, как мы сообщим телу такой же импульс в третий раз. Если мы будем производить подобное действие достаточно большое число раз, то тело в конце концов приобретет весьма большую скорость, которая может превзойти всякий предел, тело может получить бесконечную скорость.

В новой механике, наоборот, предполагают, что телу, выведенному из равновесия, невозможно сообщить скорость, превосходящую скорость света. Что же при этом происходит? Я буду рассматривать то же самое тело, находящееся в покое, и сообщу ему первый импульс той же величины, что и в предыдущем случае; тело получит ту же скорость. Сообщим второй раз ему тот же импульс, скорость еще увеличится, но не удвоится; третий импульс произведет подобное же действие; скорость будет увеличиваться, но все менее и менее, тело оказывает все большее и большее сопротивление. Это сопротивление изменению движения, или инерцию, обычно называют массой тела. Таким образом, в новой механике все происходит так, как будто масса тела не остается постоянной, а возрастает вместе со скоростью.

Мы можем представить графически описанные явления: в старой механике тело получает после первого импульса скорость, изображенную отрезком Ov_1 ; после второго импульса скорость Ov_1 увеличивается на отрезок, который равен первому отрезку, и при каждом последующем импульсе скорость возрастает в одинаковой степени, и отрезок, представляющий ее увеличение, имеет постоянную длину. В новой механике первый отрезок, изображающий скорость, увеличивается на отрезки $v'_1v'_2$, $v'_2v'_3$, которые становятся все меньше и меньше, но таким образом, что сумма не может превзойти некоторой предельной скорости, а именно, скорости света.

Как же пришли к подобным заключениям? Делались ли прямые опыты? Разногласие между обеими

теориями может обнаружиться лишь при наблюдении тел, движущихся с весьма большой скоростью; только в этом случае указанные выше различия могут быть заметными. Но что нужно считать большой скоростью? Можно ли считать, что большой скоростью обладает автомобиль, делающий 100 километров в час? Если автомобиль мчится с такой скоростью по улице, этим можно восхищаться, но с нашей точки зрения эта скорость все же мала, это скорость улитки. Значительно большие скорости мы найдем в астрономии: Меркурий, самая быстрая из планет, пробегает по орбите около 100 километров, но не в час, а в секунду. Тем не менее и эта скорость недостаточно велика, чтобы обнаружить те различия, которые мы хотим наблюдать. Я уж не говорю о пушечных снарядах — они летят быстрее автомобиля, но гораздо медленнее Меркурия. Однако вы знаете, что недавно был обнаружен род артиллерии, ядра которой имеют скорость, значительно большую, чем указанные выше скорости. Я имею в виду радиий, который посылает во все стороны энергию, посылает снаряды. Быстрота полета этих снарядов несравненно большая, начальная скорость их около 100 000 километров в секунду, т. е. она равна трети скорости света. Правда, калибр этих снарядов и их вес весьма незначительны, и мы не можем рассчитывать на эту артиллерию, если желаем увеличить боевую мощь наших армий.

Возникает вопрос: можно ли экспериментировать с этими ядрами? Были сделаны попытки осуществить подобные опыты; под влиянием электрического поля и магнитного поля происходит отклонение вылетающей из радия частицы, и это отклонение позволяет установить существование инерции и измерить ее. Таким способом можно было обнаружить, что масса зависит от скорости, и установить указанный выше закон механики: инерция тела возрастает со скоростью его движения, которая остается всегда меньшей скорости света, равной 300 000 километров в секунду.

Теперь я перехожу ко второму принципу — принципу относительности. Предположим, что какой-нибудь наблюдатель перемещается с постоянной скоростью вправо; в его глазах все происходит так, как будто бы он остается в покое, а окружающие его

предметы перемещаются влево. Нет никакой возможности узнать, перемещаются ли на самом деле предметы, а наблюдатель является неподвижным, или же движется сам наблюдатель. Об этом говорится во всех курсах механики; в них всегда приводится пример путешественника, находящегося на пароходе, движущемся прямолинейно и равномерно; ему кажется, что берега реки проносятся перед ним, а корабль его неподвижен.

При более глубоком исследовании этот простой факт приобретает огромное значение: нет никакого средства для решения вопроса об абсолютном движении, нет ни одного опыта, который мог бы опровергнуть принцип, утверждающий, что нет абсолютного пространства и что мы можем наблюдать только относительные перемещения. Эти соображения хорошо известны философам, я уже имел случай однажды их высказать и даже приобрел этим известность, от которой охотно отказался бы. Все реакционные французские газеты приписывали мне, будто я доказываю, что Солнце вращается вокруг Земли; в знаменитом процессе Галилея с инквизицией вся вина оказывалась, таким образом, на стороне Галилея.

Вернемся к старой механике; она допускает принцип относительности, ее законы, вместо того чтобы быть основанными на опытах, могли быть выведены непосредственно из этого основного принципа. Этих принципов было достаточно для объяснения чисто механических явлений, но в применении к некоторым важным разделам физики, например к оптике, они уже отказывались служить. Как абсолютную можно рассматривать в оптике скорость света относительно эфира. Эту скорость можно было измерить и, следовательно, теоретически существовала возможность сравнить движение всякого тела с абсолютным движением, т. е. существовала возможность установить, находится ли тело в абсолютном движении или нет.

Такие опыты с чрезвычайно точными приборами, которые я не стану описывать вам, были совершены с целью осуществить на практике подобное сравнение; результат был нуль. Принцип относительности в новой механике не допускает никаких ограничений;

он имеет, если можно так выразиться, абсолютное значение.

Чтобы понять роль, которую играет принцип относительности в новой механике, мы прежде всего должны сказать несколько слов о местном, относительном времени, весьма остроумно введенном физиком Лоренцем. Представим себе двух наблюдателей: один А находится в Париже, другой В — в Берлине. А и В имеют одинаковые хронометры и хотят их сравнить; но наши наблюдатели необычайно педантичны, они требуют чрезвычайной точности. Они хотят, например, чтобы показания их хронометров не могли отличаться более чем на одну миллиардную долю секунды. Как они могут это сделать? Наблюдатель А посылает из Парижа в Берлин сигнал, и, если хотите быть вполне современными, он посылает сигнал по беспроводному телеграфу. Наблюдатель В отмечает момент получения сигнала, и этот момент будет для обоих хронометров началом времени. Но сигналу нужно некоторое время, чтобы дойти от Парижа до Берлина; он распространяется со скоростью света; часы В будут отставать, но В — достаточно образованный человек, чтобы не считаться с этим, и он тотчас исправляет эту неточность. Дело на первый взгляд весьма просто: достаточно, чтобы А в свою очередь получил сигнал от В; взяв среднее арифметическое из двух данных, оба наблюдателя установят вполне точное соответствие между своими часами. Но так ли это? Мы предполагаем, что от А к В сигнал идет столько же времени, сколько и обратно. А между тем Земля уносит обоих наблюдателей в своем движении по отношению к эфиру, по которому распространяются электрические волны. Послав свой сигнал, А несется за ним, а В от него удаляется; время, необходимое для передачи сигнала, в данном случае будет больше, чем если бы наблюдатели находились в покое. Наоборот, от В к А сигнал передается быстрее, так как А движется ему навстречу. Таким образом, нет никакой возможности установить, показывают ли оба хронометра одно и то же время или нет. Какой бы метод ни применяли, затруднения остаются теми же самыми; астрономические наблюдения, как и любой оптический метод, встречают те же трудности; наблюдатель может знать только ка-

жущуюся разность своего времени и времени другого наблюдателя, так сказать, местное время. Принцип относительности остается в полной силе.

Однако в старой механике из этого принципа выводили все новые законы. Можно ли в настоящее время воспроизвести классические доказательства и рассуждать следующим образом? Положим, что перед нами два наблюдателя, которым мы по-прежнему, согласно принятому в математике обыкновению, дадим имена А и В; допустим, что они движутся, удаляясь друг от друга; ни один из них не может обладать скоростью, большей скорости света; пусть А имеет скорость 200 000 километров в секунду, направленную вправо, а В — столько же влево. А может считать себя находящимся в покое, но тогда он должен приписать В скорость 400 000 километров в секунду. Если А знает новую механику, он скажет себе: В имеет по отношению ко мне скорость, которой он на самом деле не может достигнуть, следовательно, не только В движется, но и я нахожусь в движении. Может показаться, что у А есть данные для выяснения своего абсолютного движения. Но для этого ему необходимо наблюдать движение В.

Чтобы сделать это наблюдение, А и В прежде всего устанавливают свои хронометры, затем В посылает А телеграммы, чтобы сообщить ему о своих последовательных местонахождениях. Сопоставляя их, А может получить представление о движении В и может начертить кривую его движения. Но сигналы передаются со скоростью света; часы, которые показывают кажущееся время, постоянно изменяют свой ход, и все происходит так, как если бы часы В шли медленнее. В будет казаться, что он движется гораздо медленнее, и кажущаяся скорость, которую он будет иметь по отношению к А, не превзойдет предела, которого не может достичь скорость движения тела. Ничто не может открыть наблюдателю, находится ли он в движении или в абсолютном покое.

Необходимо далее сделать третью гипотезу, еще более поразительную и трудно допустимую, так как она плохо увязывается с нашими обычными представлениями. Все тела во время движения изменяют свою форму, сжимаясь в направлении движения: шар, например, превращается в тело, похожее на

приплюснутый эллипсоид, малая ось которого параллельна движению. Мы не замечаем этих превращений на каждом шагу вследствие их малости. Земля в своем движении по орбите деформируется приблизительно на величину $1/200\,000\,000$ своего радиуса. Чтобы наблюдать подобное явление, следовало бы иметь измерительные приборы чрезвычайной точности, но в нашем случае, если бы даже наблюдатель имел приборы бесконечной точности, он не получил бы существенных результатов, так как вследствие того же движения они испытывали бы то же самое изменение. Ничего нельзя было бы заметить; метр, который был бы использован для измерения, сделался бы более коротким в том же отношении, что и измеряемая длина. Можно узнать что-либо определенное об изменении формы тел, лишь сравнивая длину этих тел со скоростью света. В этом и состоят тонкие опыты, осуществленные Майкельсоном, на подробном описании которых я не буду останавливаться. Они привели к высшей степени замечательным результатам; как бы это ни казалось нам странным, но следует согласиться, что третья гипотеза вполне подтвердилась.

Таковы основы новой механики. Мы видим, что при допущении вышеприведенных гипотез она находится в полном согласии с принципом относительности. Но ее нужно еще связать с новейшими воззрениями на вещество.

Для современного физика атом уже не представляется простым элементом; он стал настоящим мирком, в котором ряд планет вращается вокруг мельчайшего центрального светила. Солнце и планеты здесь представляют собой положительно и отрицательно заряженные частицы. Физик называет их электронами и строит из них весь мир. Некоторые представляют себе нейтральный атом как центральную положительную массу, вокруг которой вращается большое число отрицательно заряженных электронов, общий электрический заряд которых равен по величине заряду центрального ядра. Это представление о материи позволяет легко объяснить увеличение массы тела со скоростью, которое мы отметили как одно из основных положений новой механики.

Так как любое тело представляет собой совокупность электронов, нам достаточно доказать изменение массы только для этих последних. Известно, что движение отдельного электрона в эфире создает электрический ток, т. е. электромагнитное поле. Этому полю соответствует некоторое количество энергии, находящееся не в электроне, а в эфире. Изменение величины или направления скорости электрона сопровождается изменением электромагнитной энергии эфира. В то время как в ньютоновской механике количество энергии движущегося тела зависит от инерции тела, находящегося в движении, здесь энергия зависит от того, что называют инерцией эфира по отношению к электромагнитным силам. Инерция эфира возрастает вместе со скоростью и становится бесконечно большой, когда скорость электрона приближается к скорости света. Таким образом, кажущаяся масса электрона возрастает вместе со скоростью; опыты Кауфмана показывают, что действительная масса электрона так ничтожна по сравнению с его кажущейся массой, что ее можно считать равной нулю.

При этом новом представлении постоянной массы материи не существует. Инерцией обладает не материя, а эфир; он один оказывает сопротивление движению, так что можно было бы сказать: нет материи, есть только дыры в эфире. Для стационарных и квазистационарных движений новая механика с той степенью точности, которую допускают наши измерения, не отличается от ньютоновской механики; различие только в том, что масса зависит от скорости и от угла между скоростью и направлением ускоряющей силы. Наоборот, значительные изменения скоростей, например, в случае быстрых колебаний вызывают возникновение волн Герца, которые поглощают часть энергии электрона, замедляя этим его движение. Таким образом, в беспроводном телеграфе испускаемые волны обязаны своим происхождением колебаниям электронов при колебательном разряде.

Подобные же колебания имеют место в пламени, а также в раскаленном твердом теле. По теории Лоренца внутри раскаленного тела движется огромное число электронов, которые, не имея возможности вый-

ти из него, летят во всех направлениях и отражаются от его поверхности. Их можно сравнить с множеством мошек, заключенных в сосуде, которые бьются крыльями о стенки своей тюрьмы. Чем выше температура, тем быстрее делается движение электронов и тем чаще их взаимные столкновения и отражения от поверхности. При каждом соударении и при каждом отражении испускается электромагнитная волна, и восприятие этих волн делает видимым для нас лучеиспускающее тело.

Движение электронов становится почти осязаемым в трубке Крукса; в ней происходит настоящая бомбардировка электронами, вылетающими из катода. Эти катодные лучи с большой силой ударяются об антикатод и, частично от него отражаясь, производят электромагнитное излучение, которое ряд физиков отождествляют с лучами Рентгена.

Нам остается еще рассмотреть отношение новой механики к астрономии. Если исчезает понятие о постоянной массе тела, то что же станет в этом случае с законом Ньютона? Этот закон останется в силе только для тел, находящихся в покое. Кроме того, придется считаться и с тем, что притяжение не распространяется мгновенно. Естественно задать себе вопрос: не усложнит ли новая механика астрономию, не дав в то же время большей точности, чем нам дает классическая небесная механика? Лоренц исследовал этот вопрос. Допуская правильность закона Ньютона для двух заряженных тел, находящихся в покое, он вычисляет электродинамическое действие токов, производимых этими телами при движении. Таким образом, он получает новый закон притяжения двух тел, зависящий от их скоростей. Прежде чем рассматривать, как этот закон прилагается к астрономическим явлениям, заметим еще, что ускорение небесных тел имеет следствием электромагнитное излучение, и благодаря проистекающей отсюда потере энергии должно происходить постепенное уменьшение их скоростей. В конце концов планеты упадут на Солнце, но эта мысль не должна нас пугать, так как катастрофа может произойти не раньше, чем через миллионы миллиардов веков. Возвращаясь снова к закону притяжения, мы ясно видим, что различие

между обеими механиками будет тем больше, чем больше скорость планет. Наибольшая разница должна обнаружиться в теории движения Меркурия, самой быстрой из всех планет. Действительно, движение Меркурия представляет еще одну необъяснимую до сих пор аномалию: движение его перигелия более быстрое, чем вычисленное по классической теории. Разница составляет около $38''$ в столетие. Лавуазье приписывал эту аномалию планете, которая еще не открыта, и один астроном-любитель утверждал, что наблюдал прохождение этой планеты по диску Солнца. С тех пор, однако, никто ее не видел, и, к сожалению, весьма вероятно, что эта замеченная планета была не что иное, как птица. Новая механика несколько исправляет ошибку в теории движения Меркурия, доведя ее до $32''$, но не дает полного соответствия между наблюдением и вычислением. Если этот результат не является решающим в пользу новой механики, то он все же не является для нее неблагоприятным, так как поправка, вносимая в классическую теорию, по своему знаку правильна. Теория других планет не изменилась сколько-нибудь существенно в новой механике, и с той степенью точности, с какой производятся наблюдения, результаты ее совпадают с результатами классической механики.

Подводя итоги всему сказанному, нужно отметить, что, несмотря на большое значение аргументов и фактов, выдвинутых против классической механики, было бы преждевременно рассматривать ее как окончательно осужденную. Как бы то ни было, она во всяком случае останется механикой скоростей, очень малых по сравнению со скоростью света, остается, таким образом, механикой нашей практической жизни и нашей земной техники. Если тем не менее через несколько лет ее соперница — новая механика — восторжествует, я позволю себе отметить опасность, которая грозит преподаванию. Многие учителя, по крайней мере во Франции, излагая своим ученикам элементарную механику, поспешат им сообщить, что эта механика отжила свой век, что ее заменяет новая механика, где понятия массы и времени имеют совсем другой смысл; они будут относиться свысока к этой старой механике, преподавать которую их заставляют программы, и внушат ученикам

презрение к ней, которое они сами к ней питают. Я думаю, однако, что эта презираемая классическая механика будет и в будущем так же необходима, как и теперь, и тот, кто не будет знать ее основательно, не будет в состоянии понять и новую механику.

Глава IX

МОРАЛЬ И НАУКА

В последнюю половину XIX века очень часто мечтали о создании научной морали. В то время не удовлетворялись восхвалениями воспитательной силы науки, преимущества, которое человеческая душа извлекает для своего совершенствования из непосредственных сношений с истиной. Считали, что наука неоспоримым образом выявит моральные истины, как это она сделала с теоремами математики и с законами, высказанными физиками.

Религии могут иметь большую власть над верующими душами, но не все верующие; вера имеет силу только над некоторыми, разум же — над всеми. Именно к разуму и необходимо обратиться, я не говорю к разуму метафизика, построения которого блестящи, но эфемерны, как мыльные пузыри, которыми один миг забавляются и которые лопаются. Одна наука строит прочно; она построила астрономию и физику, она сейчас строит биологию, тем же способом завтра она построит мораль. Ее предписания будут царить безраздельно, никто не посмеет ворчать против них, и больше не будут ни у кого мысли восставать против нравственного закона, как сейчас никто не помышляет выступать против теоремы трех перпендикуляров или закона тяготения.

С другой же стороны, были люди, видевшие в науке всевозможное воплощение зла, которые считали ее школой безнравственности. Не только потому, что она отводит слишком много места материи, что она лишает нас чувства почтения, так как почитают только то, на что не решаются смотреть. Но разве ее заключения не являются отрицанием морали? Она, как сказал не помню какой знаменитый автор, погасит небесные светила или по меньшей мере лишит их того, что они имеют таинственного, чтобы свести их

к вульгарным газовым горелкам. Она выяснит нам фокусы создателя, который тем самым потеряет часть своего престижа; нехорошо позволять детям заглядывать за кулисы, это может вселить в них сомнение в существовании буки. Если разрешить действовать ученым, то скоро не будет морали.

Что должны мы думать о надеждах одних и опасениях других? Я не колеблюсь ответить: они напрасны, как одни, так и другие. Не может быть научной морали и тем более не может быть безнравственной науки. И причина этого очень проста; эта причина, как бы сказать, чисто грамматическая.

Если посылки силлогизма обе в изъявительном наклонении, то заключение будет равным образом в изъявительном наклонении. Чтобы заключение могло быть поставлено в повелительном наклонении, необходимо, чтобы по крайней мере одна из посылок была в повелительном наклонении. Принципы же науки, постулаты геометрии высказаны только в изъявительном наклонении, в этом же наклонении выражаются и экспериментальные истины, и в основе наук нет и быть не может ничего другого. Затем, наиболее острый диалектик может сколько угодно жонглировать с этими принципами, соединять их, нагромождать их друг на друга; все, что он из них получит, будет в изъявительном наклонении. Он никогда не получит предложения, которое говорило бы: делай это или не делай того, т. е. предложения, которое бы соответствовало или противоречило морали.

В этом-то и заключается трудность, с которой издавна сталкивались моралисты. Они стараются доказать нравственный закон; нужно им это простить, так как в этом состоит их ремесло; они хотят основать мораль на чем-либо, как будто она может опираться на что-либо иное, чем на саму себя. Наука показывает, что человек, живя, может только так или иначе разрушаться; а если я мало печалюсь своим разрушением, если я назову прогрессом то, что вы называете разрушением? Метафизика предлагает нам согласоваться с общим законом существа, на открытие которого она претендует. Можно будет ей ответить, что я предпочитаю подчиняться моему особому закону. Я не знаю, что она ответит, но могу вас уверить, что ее слово не будет последним.

Счастливей ли религиозная мораль, чем наука или метафизика? Подчиняйтесь, потому что так повелевает бог и потому что он хозяин, который может сломить любое сопротивление. Убедительно ли это и нельзя ли поддержать мысль, что это прекрасно — выступить против всемогущества и что в дуэли между Юпитером и Прометеем победителем явился израненный Прометей? И потом, это не столько послушание, сколько подчинение силе; повинование сердца не может быть принудительным.

Также не можем мы основывать мораль на интересах общества, на понятии родины, на альтруизме, потому что остается недоказанной необходимость в случае нужды посвятить себя обществу, которому принадлежишь, или даже благу другого; и этого доказательства никакая логика, никакая наука не смогут нам дать. Больше того, мораль вполне понятной выгоды, мораль эгоизма была бы бессильной, так как в конце концов не известно точно, что удобнее быть эгоистом и что есть люди, которые таковыми вовсе не являются.

Всякая догматическая мораль, всякая мораль с доказательствами заранее обречена на верную неудачу; она, как машина, где есть только передача движения и нет движущей энергии. Моральным двигателем, таким, который мог бы привести в движение весь аппарат со всеми рычагами и зубчатками, может быть только чувство. Нельзя доказать нам, что мы должны иметь сострадание к несчастным, но стоит показать нам незаслуженную нищету, зрелище, которое — увы! — слишком часто, и мы почувствуем подымающееся в нас чувство возмущения. Я не знаю, какая энергия подымается в нас, она не будет слушать никаких рассуждений и будет влечь нас непреодолимо и как бы помимо нас.

Нельзя доказать, что нужно подчиняться богу, хотя бы нас убедили в том, что он всемогущ и что он может нас раздавить; хотя бы нас убедили в том, что он благ и что мы обязаны быть ему признательными; есть люди, которые считают, что право неблагодарности — самая ценная из наших свобод. Но если мы любим этого бога, то все доказательства будут излишними, и покорность ему покажется нам вполне естественной. Поэтому-то религии имеют власть, тогда как метафизические учения ее не имеют,

Если бы нас попросили оправдать рассуждением нашу любовь к родине, то мы могли бы оказаться в большом затруднении; но стоит нам мысленно представить себе наши армии разбитыми и Францию плененной, как все наше сердце сожмется, на глазах покажутся слезы, и мы не станем уже ничего слушать. И если некоторые люди сейчас столь полны софизмами, то это, конечно, потому, что они не имеют достаточного воображения и не могут представить себе всех бедствий, и если несчастье или какое-нибудь небесное наказание пожелало бы, чтобы они его увидели своими глазами, то их души так же восстанут, как и наши

Итак, одна наука не может создать морали; тем более она не может сама и непосредственно пошатнуть или разрушить традиционную мораль. Но не может ли она оказать косвенного влияния? То, что я сказал, указывает, каким путем она может влиять. Она может породить новые чувства не потому, что чувства могут быть объектом доказательства, а потому, что всякая форма человеческой деятельности влияет на самого человека и создает ему новую душу. Существует профессиональная психология для всякого ремесла; чувства рабочего не являются чувствами финансиста, ученый, конечно, также имеет свою особую психологию, и он кое-что из нее рассеивает на тех, которые касаются науки лишь случайно.

С другой стороны, наука может пустить в дело чувства, которые существуют, очевидно, у всякого человека. Чтобы вернуться к нашему сравнению, построим сложную сеть рычагов и рукояток; машина не пойдет, пока не будет пара в котлах, но если пар в них есть, то работа, которую он произведет, не всегда будет одна и та же; она будет зависеть от механизма, к которому ее приложат. Точно так же можно сказать, что чувство дает только главную движущую силу нашему действию; оно дает главную посылку нашего силлогизма, которая, как это и должно быть, будет в повелительном наклонении. Наука, со своей стороны, дает малую посылку, которая будет в изъявительном наклонении, и выведет из них заключение, которое может быть в повелительном. Мы последовательно рассмотрим обе точки зрения,

Сперва зададим вопрос: может ли наука явиться создательницей или вдохновительницей чувства, а то, что не может сделать наука, не может ли сделать любовь к науке?

Наука ставит нас в постоянное соприкосновение с чем-либо, что превышает нас; она постоянно дает нам зрелище, обновляемое и всегда более глубокое; позади того великого, что она нам показывает, она заставляет предполагать нечто еще более великое: это зрелище приводит нас в восторг, тот восторг, который заставляет нас забывать даже самих себя, и этим-то он высоко морален.

Тот, кто его вкусил, кто увидел хотя бы издали роскошную гармонию законов природы, будет более расположен пренебрегать своими маленькими эгоистическими интересами, чем любой другой. Он получит идеал, который будет любить больше самого себя, и это единственная почва, на которой можно строить мораль. Ради этого идеала он станет работать, не торгуя своим трудом и не ожидая никаких из тех грубых вознаграждений, которые являются всем для некоторых людей. И когда бескорыстие станет его привычкой, эта привычка будет следовать за ним всюду; вся жизнь его станет красочной. Тем более, что страсть, вдохновляющая его, есть любовь к истине, а такая любовь не является ли самой моралью? Есть ли что-либо более важное, чем борьба с ложью, с этим одним из наиболее распространенных пороков у примитивного человека и одним из самых позорных? Теперь же, когда мы приобретем привычку к научным методам с их скрупулезной точностью, опасением всякого случайного результата, могущего произойти при опыте, когда мы привыкаем бояться как верха бесчестия всякого упрека хотя бы в неумышленном искажении наших результатов, когда это станет нашей неизгладимой профессиональной чертой, второй природой, разве после этого мы не перенесем во все наши действия этого искания абсолютной искренности в столь сильной степени, что перестанем понимать причины, заставляющие других людей лгать, и разве это не лучший способ достигнуть наиболее редкого и наименее достижимого из всех видов искренности, того, который заключается в том, чтобы не обманывать самого себя?

В наших слабостях величие нашего идеала нас поддержит; можно предпочесть ему другой, но в конце концов, не является ли бог ученого особенно великим потому, что он все более и более от нас удаляется? Правда, он неумолим, и многие души от него отрекутся, но по крайней мере он не разделяет нашей мелочности и нашей мизерной злопамятности, как это слишком часто делает бог теологов. Эта идея правила, более сильного, чем мы, от которого нельзя отрешиться и с которым необходимо во что бы то ни стало примириться, также может оказывать благотворное влияние; его можно по крайней мере выдерживать. Разве не было бы лучше, если бы наши крестьяне верили, что закон не может никогда измениться, вместо того чтобы думать, что власть изменит его в их пользу, стоит только им найти заступничество достаточно влиятельного депутата?

Наука, как сказал Аристотель, имеет предметом общее; во всяком частном случае она будет искать общий закон и требовать все более и более широкого обобщения. На первый взгляд кажется, что это только интеллектуальная привычка, но и интеллектуальные привычки имеют свой моральный отголосок. Если вы привыкнете мало обращать внимание на частность, на случайность, потому что ваш ум перестал ими интересоваться, то вы, естественно, придете к тому, что станете их мало ценить, не будете видеть в них желанную цель и будете без труда пренебрегать ими. Чем больше смотришь в даль, тем, так сказать, сильнее становишься дальнозорким, перестаешь видеть малое и, не видя его больше, теряешь желание сделать его целью жизни. Так естественно склоняются к подчинению частных интересов интересам общим, и в этом снова есть мораль.

Далее, наука служит нам и другую службу: она является коллективным творчеством и не может быть ничем иным; она как монументальное сооружение, строить которое нужно века и где каждый должен принести камень, а этот камень часто стоит ему целой жизни. Следовательно, она дает нам чувство необходимой кооперации, солидарности наших трудов с трудами наших современников, наших предшественников и наших последователей. Понимают, что человек есть только солдат, только маленькая частица всего.

Это то же чувство дисциплины, которое формирует военное сознание и которое так изменяет простую душу крестьянина или бессовестную душу авантюриста, что делает их способными на любой героизм и любое самопожертвование. В чрезвычайно различных условиях оно может равным образом оказать благодетельное действие. Мы чувствуем, что работаем для человечества, и человечество от этого становится нам более дорогим.

Вот за, а вот и против. Если вам наука уже не представляется бессильной над сердцами, индифферентной в морали, то не может ли она столь же хорошо, как полезное, оказывать и вредное действие? Прежде всего, всякая страсть исключительна, не заставит ли она нас потерять из виду все, что к ней не относится? Любовь к истине, — без сомнения, великое дело, но будет ли хорошо, если мы для того, чтобы ее добиться, пренебрежем гораздо большими драгоценностями, как то: доброта, сострадание, любовь к ближнему? При какой-нибудь новой катастрофе, землетрясении мы забудем стоны раненых, чтобы думать только о направлении и амплитуде толчков; мы, пожалуй, увидим даже счастье в этой катастрофе, если она выяснит некоторые неизвестные законы сейсмологии.

Вот напрашивающийся пример: физиологи без малого угрызения совести производят вивисекцию¹⁾, и с точки зрения большей части старых дам это преступление, которое не могут оправдать никакие прошлые или будущие благодеяния науки. Из этого заключают, что биологи, столь неумолимые в отношении животных, должны стать жестокими и в отношении людей. Но они без всякого сомнения ошибаются, я знал среди них очень мягкосердечных.

Вопрос вивисекции заслуживает того, чтобы на нем немного остановиться, хотя он меня и увлечет несколько в сторону от темы. Здесь выявляется один из тех конфликтов долга, которые практика жизни показывает нам на каждом шагу. Человек не может отказаться от знания, не опускаясь; поэтому-то интересы науки священны. Они таковы еще и потому, что они

¹⁾ Вивисекция (живосечение) — хирургическая операция на живом животном с целью изучения функций отдельных частей организма, — *Примеч. ред.*

могут излечивать или предотвращать болезни, количество которых неисчислимо. А с другой стороны, причинение страданий грешно (я не говорю смерти, я говорю страданий). Хотя низшие животные, конечно, менее чувствительны, чем человек, они все же заслуживают сострадания. Но из этого затруднения можно выйти только ценой компромиссов: биолог не должен предпринимать ничего *in anima vili*¹⁾ кроме действительно полезных опытов. Очень часто существуют способы свести страдания к минимуму, ими также следует пользоваться. Но в этом отношении нужно обращаться к своей совести, всякие законные вмешательства были бы несвоевременны и немного смешны. Парламент все может, говорят в Англии, кроме превращения мужчины в женщину; он все может, скажу я, кроме вынесения компетентного приговора в области науки. Нет такого авторитета, которые мог бы издать правила, определяющие полезность эксперимента.

Но я возвращаюсь к предмету. Есть люди, которые говорят, что наука сушит сердца, что она привязывает нас к материи, что она убивает поэзию — единственный источник всех общих чувств. Душа, которую она затронула, вянет и становится неспособной к высоким порывам, умилению, энтузиазму. Я этого не думаю и только что говорил противоположное; но это очень распространенное мнение, и оно должно иметь под собой некоторую почву. Оно доказывает, что одна и та же пища не всем подходит.

Что же мы должны заключить? Наука, широко понимаемая, преподаваемая учителями, которые ее понимают и любят, может играть очень полезную и важную роль в моральном воспитании. Но было бы ошибкой наделять ее исключительной ролью. Она может пробудить добродетельные чувства, которые могут служить моральным двигателем, но то же могут сделать и другие дисциплины; было бы глупостью отказываться от всякой помощи, нам не хватает и всех их совместных усилий. Существуют люди, не осведомленные в научных вещах; простое наблюдение показывает, что во всех классах есть ученики, которые «сильны» в литературе, но «слабы» в науке. Было бы странно

¹⁾ На живом организме (лат.). — *Примеч. ред.*

думать, что наука, ничего не говорящая их уму, могла бы что-либо говорить их средцу!

Я перехожу к следующему пункту. Наука, как и всякий род деятельности, может не только вызывать новые чувства, но, кроме того, она может на старых чувствах, которые произвольно возникают в сердце человека, создавать новые построения. Нельзя себе представить силлогизма, в котором обе посылки были бы в изъявительном наклонении, а вывод — в повелительном, но можно представить себе такие, которые образованы по следующему типу: делай так или, если этого не делают, то, так как нельзя сделать того, делай это. И подобные заключения не лежат вне науки.

Чувства, на которые может опереться мораль, очень различны по природе, они не встречаются все в одинаковой мере в различных душах. У одних доминируют одни, и есть души, у которых другие струны всегда готовы звучать. Одни будут, прежде всего, сострадательны, их будет трогать страдание ближнего. Другие все подчиняют социальной гармонии, всеобщему благополучию, или даже они станут желать величия своей стране. Еще другие будут иметь идеалом красоту, и они будут считать, что нашей первой обязанностью является самим совершенствоваться, стараться сделать сильнее, достигать совершенства в вещах, которые не безразличны для счастья, не унижаться в своих собственных глазах.

Все эти стремления похвальны, но они различны; может быть, из этого различия произойдет конфликт. Если наука показывает нам, что это разногласие не опасно, если она доказывает, что нельзя достичь одной из этих целей, не стремясь к другой (а это в ее компетенции), то она сослужит полезную службу, окажет моралистам большую помощь. Те отряды, которые до сих пор боролись неорганизованно и в которых каждый солдат стремился к своей особой цели, тогда сомкнут ряды, потому что им докажут, что победа каждого является общей победой. Их усилия станут направленными, и неорганизованная толпа станет дисциплинированной армией.

Не в этом ли направлении стремится наука? Можно надеяться, что это так. Она все более и более стремится показать нам солидарность различных частей Вселенной и выяснить ее гармонию, Является ли эта

гармония действительной или же она есть потребность нашего ума и, следовательно, постулат науки? Это вопрос, который я не возьмусь разрешить. Всегда наука стремится к единству и заставляет нас стремиться к этому. Подобно тому, как собирает она частные законы и сводит их к общему закону, не соединит ли она воедино и интимные переживания наших сердец, внешне столь различные, столь капризные, столь чуждые друг другу?

Но если она потерпит крушение в этом стремлении, какой ужас, какое разочарование! Не может ли тогда она причинить столько зла, сколько могла бы сделать добра? Эти ощущения, эти чувства, столь хрупкие, столь нежные, вынесут ли они анализ? Малейший свет не выяснит ли нам их тщетность и не придем ли мы к вечному вопросу: для чего? Для чего сострадание, ведь чем больше его проявляешь к людям, тем требовательней они становятся, тем они, в свою очередь, становятся несчастнее; ведь сострадание может породить не только неблагодарных, это не столь уж важно, но оно ожесточает души? Для чего любовь к родине, ведь ее величие — чаще всего позолоченная нищета? Зачем стремиться к самосовершенствованию, ведь живем-то мы всего один день? Если бы, к несчастью, наука предоставила свое авторитетное мнение в пользу этих софистов!

И далее, наши души — сложная ткань, где нити, образованные сочетаниями наших мыслей, перекрещиваются и путаются во всех направлениях. Разрезать одну из этих нитей — значит сделать в ней огромную прореху, которую никто не может предвидеть. Эту ткань делали не мы, она досталась нам из прошлого; часто наши наиболее благородные стремления незаметно для нас оказываются так сильно связанными с самыми старыми и самыми смешными предрассудками. Наука разрушит эти предрассудки, это ее естественная задача, это ее долг. Не пострадают ли от этого благородные стремления, которые связывались старыми привычками? Без сомнения, нет — у сильных духом. Но дух силен только у светлых умов, а есть ведь и простые души, которые рискуют не выдержать испытания.

Утверждают, что наука явится разрушительницей; пугаются тех развалин, которые она нагромоздит, и

опасаются, что там, где она пройдет, не сможет жить общество. Нет ли в этих опасениях некоторого внутреннего противоречия? Если научно докажут, что тот или иной обычай, который считали необходимым для самого существования человеческих обществ, не имел в сущности того значения, которое ему приписывали и который представлялся нам таким только благодаря своей уважаемой древности, если докажут это, предполагая такое доказательство возможным, то не будет ли поколеблена моральная жизнь человечества? Одно из двух: или обычай полезен, и тогда никакие научные рассуждения не смогут доказать, что он не является таковым, или же он бесполезен, и тогда о нем нечего жалеть.

Как только мы положим в основу наших силлогизмов одно из великих чувств, приводящих к нравственности, то его же, а следовательно, и мораль должны мы будем найти в конце всей цепи наших рассуждений, если только они велись согласно правилам логики; погибнуть рискует только несущественное, только то, что было в нашей моральной жизни случайным; только важное может оказаться в заключениях, так как оно было в предпосылках.

Следует бояться только неполной науки, той, которая ошибается, той, которая нас приманивает пустыми видимостями и заставляет нас, таким образом, разрушить то, что мы затем пожелали бы восстановить, когда мы будем лучше осведомлены и когда будет слишком поздно. Есть люди, которые заражаются идеей не потому, что она правильна, но потому, что она нова, что она модна. Это ужасные разрушители, но они не... Я хотел сказать, что это не ученые, но я замечаю, что многие из них сослужили большую службу науке; следовательно, они ученые, только не по этой причине, а вопреки ей.

Истинная наука избегает скороспелых обобщений и теоретических выводов, если уж физик их остерегается, хотя он имеет дело с людьми сильными и стойкими. Но что же делать моралисту, социологу, когда так называемые теории, которые он имеет, в сущности сводятся к грубым сравнениям, подобным сравнению общества с организмом. Наука, напротив, является и может быть только экспериментальной, а экспериментом социологии является история прошлого, по-

этому нужно критиковать традиции, а не уничтожать их.

Морали нечего бояться науки, воодушевленной истинным духом опыта. Подобная наука уважает прошлое, она противоположна тому научному снобизму, который так легко надуть нововведениями; она продвигается только шаг за шагом, но всегда в одном направлении и всегда в верном направлении. Лучшее лекарство против половинного знания есть наибольшее знание.

Существует еще другой способ установления взаимоотношений науки и морали. Нет ни одного предмета, который не мог бы быть объектом науки, так как нет ни одного, который бы не мог быть наблюдаем. Явления морального характера не ускользают от нее так же, как и другие. Натуралист изучает общества муравьев и пчел и изучает их спокойно; точно так же ученый старается судить о людях, как если бы он не был сам человеком: встать на место обитателя, не знаю какого, далекого Сириуса, для которого города будут лишь муравьиными кучами. Это его право, в этом ремесло ученого.

Наука об обычаях будет сперва чисто описательной: она нас научит обычаям людей и скажет нам, чем они являются, не говоря о том, чем они должны были бы быть. Затем она будет наукой сравнительной: она нас проведет в пространстве, чтобы позволить нам сравнить обычаи различных народов, как диких, так и цивилизованных, а также и во времени, чтобы мы могли сравнить вчерашние обычаи с обычаями сегодня. Наконец, она попытается сделаться объясняющей наукой, и в этом заключается естественная эволюция всякой науки.

Дарвинисты будут стараться нам объяснить, почему все известные народы подчиняются законам морали, говоря нам, что естественный отбор издавна уничтожал тех, которые были столь глупы, что воздерживались от них. Психологи объяснят нам, почему предписания морали не всегда согласны с общими интересами. Они скажут нам, что человек, захваченный вихрем жизни, не имеет времени обдумывать все последствия своих действий, что он может подчиняться только общим правилам, что против них будут тем менее спорить, чем они будут проще, и что для того, чтобы

они были полезны, а следовательно, и чтобы их мог создать естественный отбор, достаточно, чтобы они как можно более часто совпадали с общим интересом. Историки объяснят нам, что из двух моралей, одна из которых подчиняет индивидуум обществу, а другая имеет сострадание к индивидууму и полагает в основу благо ближнего, именно вторая непрерывно развивалась по мере того, как общества становились менее дикими, более сложными и в конечном счете менее подверженными катастрофам.

Эта наука о нравах не есть мораль и никогда ею не будет; она может заменить мораль не более чем трактат по физиологии пищеварения может заменить хороший обед. То, что я до сих пор говорил, не позволяет мне настаивать.

Но дело не в этом. Эта наука — не мораль, но, может быть, она полезна, может быть, она опасна для морали? Одни скажут, что объяснить — это всегда значит, в некоторой мере, оправдать, и это можно с легкостью поддержать; другие скажут, наоборот, что не лишено опасности показывать нам мораль различных рас и местностей, что это научит нас разбирать то, что должно быть слепо принято, приучит видеть случайность в том, в чем следовало бы видеть только необходимость. Возможно, что они и не совсем правы. Но, откровенно говоря, не является ли преувеличением влияние теорий на людей, мало с ними соприкасающихся, для которых они всегда останутся посторонними абстракциями? Когда страсти, одни великодушные, другие низкие, борются в нашем сознании, то какое значение при столь властных противниках может иметь метафизическое различие случайного и необходимого?

Хотя мне уже скоро придется закончить свои рассуждения, я все же не могу обойти молчанием один важный пункт. Наука детерминистична, она является таковой *a priori*, она постулирует детерминизм, так как без него она не могла бы существовать. Она является таковой и *a posteriori*; если она постулировала его с самого начала как необходимое условие своего существования, то она затем строго доказывает его своим существованием, и каждая из ее побед является победой детерминизма. Может быть, примирение возможно. Можно ли предположить, что это продвиже-

ние детерминизма вперед будет продолжаться беспрепятственно и без отступления, не зная непреодолимой преграды, и что в то же время мы не имеем права перейти к пределу, как говорим мы — математики, и вывести абсолютный детерминизм, потому что в пределе детерминизм исчезнет в тавтологии или в противоречии? Это — вопрос, который изучали безнадежно в течение веков, и я не могу его развить в течение тех нескольких минут, которыми я располагаю.

Но мы стоим перед фактом: наука, ошибается ли она или нет, детерминистична; всюду, куда бы она ни проникала, она ведет за собой детерминизм. Пока дело идет только о физике или даже о биологии, это не имеет большого значения; область совести остается незатронутой. А если придет день, когда мораль в свою очередь станет объектом науки? Она неизбежно пропитается детерминизмом, и это, конечно, будет ее разрушением.

Все ли потеряно или же, если когда-нибудь мораль должна подчиниться детерминизму, то не могла бы она принять его, не умирая от этого? Без сомнения, столь глубокая революция в метафизике гораздо меньше отразилась бы на нравах, чем это думают. Вполне понятно, что не так обстояло бы дело с уголовным наказанием: то, что называли преступлением или наказанием, стали бы называть болезнью или профилактическим лечением, но общество сохранило бы неизменным свое право, которое состоит не в праве наказывать, а только в праве защищаться. Что важнее всего, так это то, что идея заслуги и вины должна была бы исчезнуть или измениться. Но стали бы продолжать любить человека добра, как любят все то, что красиво. Тогда бы уже не имели права ненавидеть порочного человека; он бы вселял только отвращение. Да разве это так уж необходимо? Достаточно, чтобы не переставали ненавидеть порок.

В остальном все пойдет по-старому; инстинкт сильнее всякой метафизики, и хотя бы его доказали, хотя бы разгадали секрет его силы, от этого его сила не ослабеет. Стало ли тяготение более преодолимым после Ньютона? Моральные силы, управлявшие нами, и будут продолжать управлять нами.

И если, как говорит Фулье, идея свободы сама является силой, то эта сила мало уменьшается, даже

если бы когда-нибудь ученые доказали, что она основана на иллюзии. Эта иллюзия слишком прочна, для того чтобы ее можно было рассеять какими-нибудь рассуждениями. Самый непримиримый детерминист еще долго будет говорить в повседневном разговоре «я хочу» и даже «я должен», и притом в согласии с наиболее могущественной частью своей души, той, которая не познана и которая не рассуждает. Столь же невозможно действовать не так, как действует свободный человек, как невозможно рассуждать иначе, чем детерминист, когда строят науку.

Черт не так страшен, как его малюют, и, может быть, есть и другие причины его не бояться. Можно надеяться, что в абсолюте все примиряется и что для неограниченного разума поведение человека, который действует так, как если бы он был свободен, и человека, который думает так, как если бы свободы не существовало вовсе, покажутся равнозаконными.

Мы последовательно вставляли на различные точки зрения, с которых можно рассмотреть взаимоотношения науки и морали; теперь следует перейти к заключениям. Нет и никогда не будет научной морали в собственном смысле слова, но косвенным путем наука может оказаться помощницей морали. Наука, широко понимаемая, может только ей служить; опасна лишь полунаука. Затем, одной науки недостаточно, так как она видит только часть человека или, если вы хотите, она видит все, но под одним углом и так как приходится думать о ненаучных умах. С другой стороны, опасения, как и слишком обширные надежды, кажутся мне одинаково химерическими. Мораль и наука по мере своего развития будут превосходно согласовываться друг с другом.

Глава X

МОРАЛЬНЫЙ СОЮЗ

Сегодняшнее собрание объединяет людей чрезвычайно различных взглядов, которых свели только добрая воля и одинаковое желание добра. Однако я не сомневаюсь, что они легко понимают друг друга, так как, если у них и различные мнения относительно

способов, то они согласны в конечной цели их стремлений, а только это и необходимо.

Не так давно можно было видеть, да и теперь еще можно читать на стенах Парижа афиши, сообщающие о диспуте на тему «Конфликт моралей». Существует ли этот конфликт, должен ли он существовать? Нет. Мораль может опираться на множество доводов, есть среди них трансцендентные; возможно, они наилучшие и, наверняка, наиболее благородные, но именно о них спорят. Есть среди них по крайней мере один, быть может, несколько опошленный, к которому мы не можем не присоединиться.

Реальная жизнь человека есть непрерывная борьба, против него действуют слепые, конечно, силы, но опасные, которые живо свалили бы его на землю, которые его погубили бы, задавили бы тысячью несчастий, если бы он не был постоянно готов сопротивляться им.

Если мы иногда наслаждаемся относительным покоем, то это потому, что наши отцы много боролись; ослабеваешь на миг наша энергия, наша бдительность, и мы теряем все плоды их борьбы, все, чего добились для нас. Человечество подобно армии на войне, но всякая армия нуждается в дисциплине, и не достаточно того, чтобы она ей подчинялась в день сражения, она должна приучиться к ней со времен мира; без этой дисциплины гибель человечества очевидна, и никакая храбрость не сможет его спасти.

Все, что я сказал, вполне приложимо и к борьбе, которую человечество должно вести за свою жизнь; дисциплина, которую оно должно принять, называется моралью. В тот день, когда оно ее забудет, оно будет разбито и повержено в бездну горестей. Кроме того, в этот день оно переживет свое падение, почувствует себя менее прекрасным, так сказать, более маленьким. Пришлось бы огорчаться не только по причине тех бедствий, которые последуют, но и потому, что это было бы омрачением красоты.

Обо всем этом мы все мыслим одинаково, мы все знаем, куда нужно идти. Почему же мы разделяемся, когда речь идет о том, где нужно пройти? Если бы рассуждения могли что-либо сделать, согласие было бы легко достижимо. Математики никогда не спорят, когда дело идет о том, как доказать теорему, но здесь

дело совершенно иное. Создавать рассуждением мораль значит растрачивать свой труд: в подобных вопросах нет мысли, на которую нельзя было бы возразить.

Объясняйте солдату, сколькими бедствиями грозит поражение и что оно грозит даже его личной безопасностью, он всегда сможет ответить, что его безопасность будет лучше гарантирована, если сражаться будут другие. Если солдат так не отвечает, то потому, что он движим я не знаю какой силой, которая заставляет молчать все рассуждения. То, что нам нужно, и есть силы, подобные этой. Но человеческая душа — неистошимый резервуар сил, обильный и богатый источник движущих сил; этими движущими силами являются наши чувства, и нужно, чтобы моралисты взяли, так сказать, эти силы и направили их по правильному пути, точно так же, как инженеры покоряют естественные силы природы и направляют их на нужды промышленности.

Но здесь-то как раз и рождается различие. Чтобы привести в действие одну и ту же машину, инженеры могут применить либо силу пара, либо гидравлическую силу; так же и учителя морали могут по своему выбору пустить в ход одну или другую психическую силу. Каждый из них, естественно, выберет ту силу, которую он чувствует в себе; что же касается тех сил, которые могли бы прийти извне или которые он мог бы занять у соседа, то ими он распорядился бы нелепо, в его руках они оказались бы безжизненными и недейственными; он их отбросит и будет прав. Их методы будут различными, потому что различно их оружие. Почему же они должны враждовать?

И, однако, они придерживаются одной и той же морали. Будете ли вы иметь в виду общую пользу, обратитесь ли вы к чувству жалости и человеческого достоинства, вы всегда придете к тем же правилам; к тем, которые нельзя забывать без того, чтобы не погибли нации, без того, чтобы одновременно не умножились страдания и не пал человек.

Почему же эти люди, которые разным оружием сражаются с одним и тем же врагом, так редко вспоминают, что они союзники? Почему они подчас приветствуют поражения других? Забывают ли они, что каждое такое поражение является триумфом вечного

врага, уменьшением общего достояния? О, мы слишком нуждаемся во всех наших силах, чтобы не иметь права пренебрегать какой-либо! Поэтому не будем никого отталкивать, изгоним одну только ненависть.

Конечно, ненависть — тоже сила и очень могущественная, но мы не можем ею пользоваться потому, что она умаляет, потому, что она подобна лорнету, в который можно рассматривать лишь грубые очертания. Даже в отношениях между народами ненависть несправедлива, и не она родит истинных героев. Я не знаю, надеются ли по ту сторону некоторых границ, что ненависть увеличит патриотизм, но это противоречит инстинктам нашей расы и ее традициям. Французские войска всегда сражались за кого-либо или за что-либо, а не против кого-либо, и из-за этого они не сражались хуже.

Если внутри партии забывают великие идеи, составляющие их честь и смысл их существования, для того чтобы только и помнить о своей ненависти, если один говорит: «я противник этого», а другой отвечает: «я противник того», то горизонт немедленно сужается, как если бы опустившиеся облака закрыли вершины; пускаются в ход самые низкие средства, не отступают ни перед доносом, ни перед клеветой, а тот, кто станет этому удивляться, делается сам подозрительным. Мы замечаем появление людей, которые имеют ум только для того, чтобы лгать, и сердце для того, чтобы ненавидеть. А души, которые вовсе не вульгарны, как только они укроются под тем же знаменем, прячут богатства снисхождения, а иногда и удивления. И ввиду стольких противоположных ненавистей не решаются приветствовать поражение одной из них, которое явится триумфом других.

Вот все, что может сделать ненависть и чего мы по справедливости не желаем. Давайте же сблизимся в стремлении к общему идеалу, научимся понимать друг друга, а тем самым и ценить. Удержимся от предписания общих всем методов, это неосуществимо и, кроме того, это нежелательно: однообразие — это смерть, потому что оно закрывает дверь для всякого прогресса, и, кроме того, всякое принуждение бесплодно и жестоко.

Люди различны, среди них есть мятежные, которых может затронуть одно слово и на которых не

произведет впечатления все остальное. Я не могу знать, не является ли этим решающим словом то самое, которое вы готовы сказать, и я вам запрещаю его произнести!.. Но тогда вы видите опасность: эти люди, которые не получают того же воспитания, призваны получать удары в своей жизни. Под этими повторяющимися ударами их души задрожат, изменятся, может быть, изменят веру. Что произойдет, если эти новые идеи, к которым они присоединяться, окажутся теми, которые их старый учитель представлял им как отрицание самой морали? Не исчезнет ли когда-либо эта умственная привычка? В то же время их новые друзья не станут их учить только отказу от того, что они обожали, но будут учить презирать его. Они не сохранят для благородных идей, которые нянчили их душу, той нежной памяти, которая предшествует вере. В этом общем разрушении рискует погибнуть их моральный идеал; слишком старые для получения нового воспитания, они потеряют плоды старого!

Эта опасность была бы предотвращена или по крайней мере сдержана, если бы мы научились отзываться только с уважением об искренних усилиях, которые другие делают помимо нас; это уважение было бы для нас легким, если бы мы лучше знали друг друга.

Именно это и является задачей Лиги морального воспитания. Речи, которые вы услышите сегодня, в достаточной мере докажут вам, что можно иметь горячую веру и быть справедливым к вере ближнего и что в конце концов в различных формах, но мы являемся, так сказать, частями одной и той же армии, сражающимися бок о бок.